



Algorithmes rapides de Ligne de Partage des Eaux

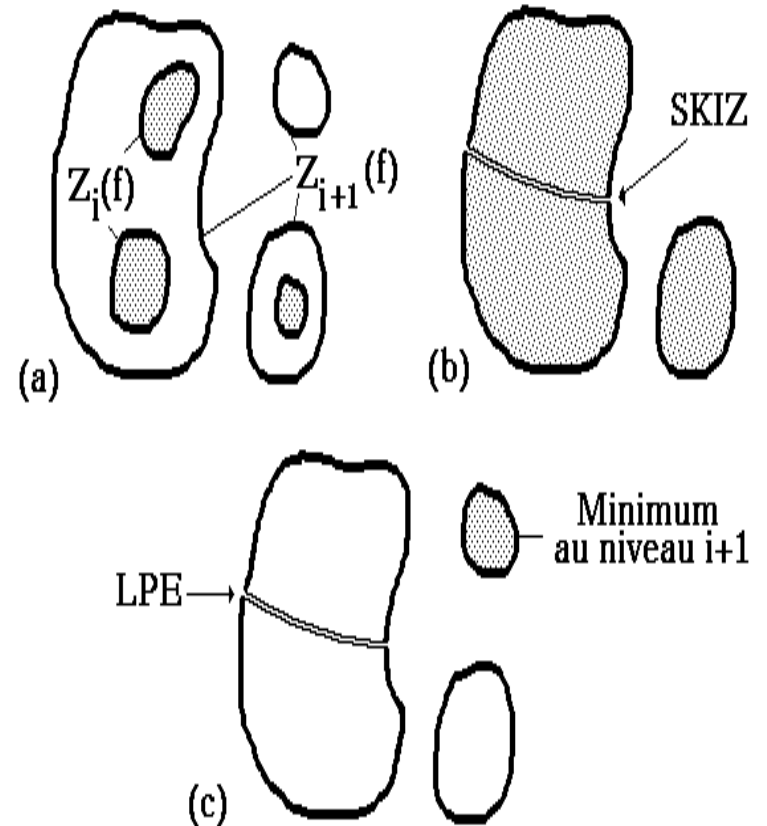
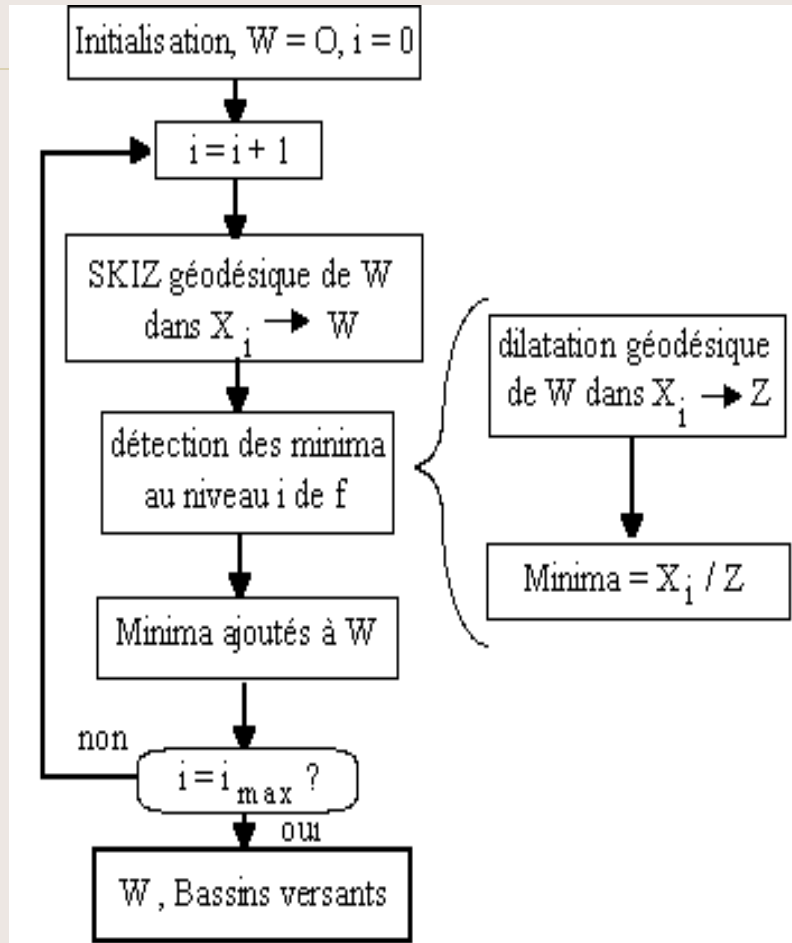
Serge Beucher
CMM/ENSMP

6 Janvier 2002

© Serge Beucher, 2002

1

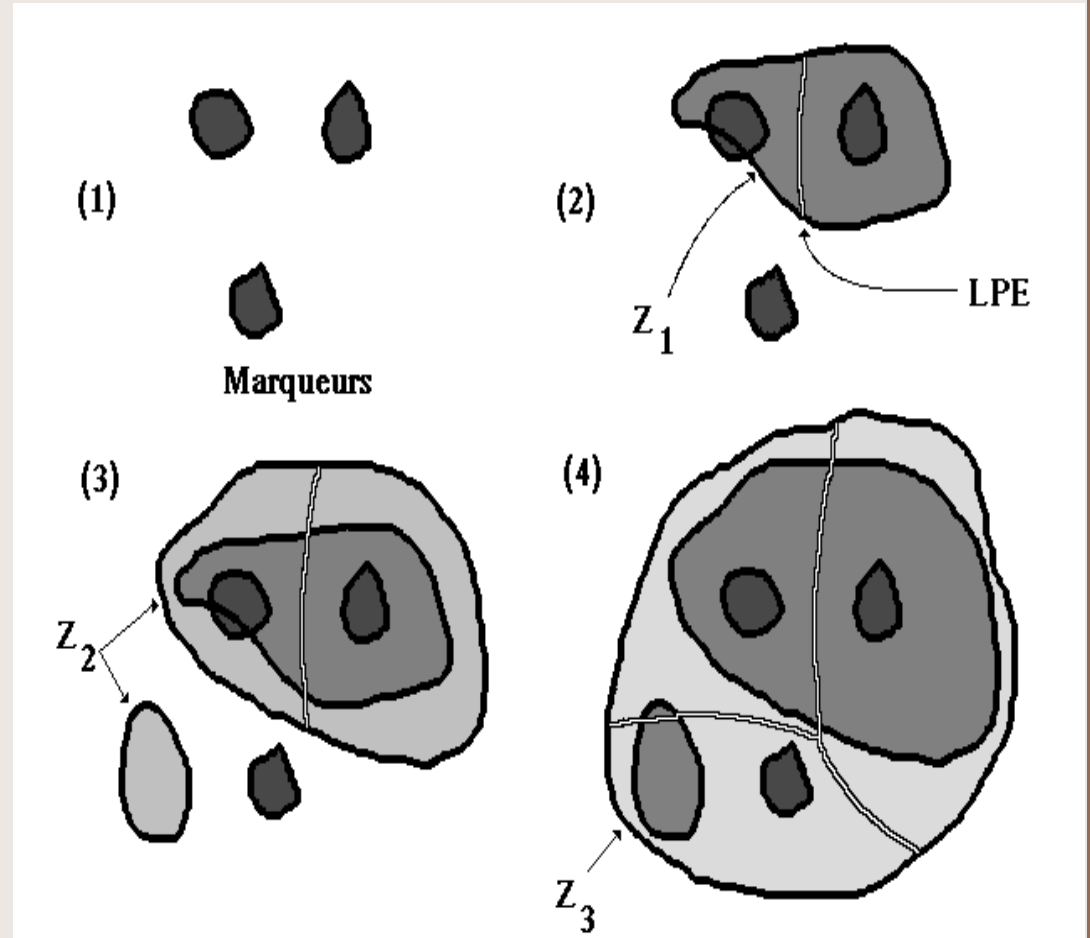
L'algorithme classique de LPE



La LPE avec marqueurs

$W = M$, ensemble marqueur

$$W_i = \text{SKIZ}_{Z_i(f) \cup M_{i-1}}(W_{i-1})$$



Utilisation d'anamorphoses

Anamorphose ψ : bijection croissante et continue sur l'ensemble des images f .

$$\text{Image } f \longrightarrow \psi(f)$$

ψ conserve l'ordre entre les images : $f < f' \Leftrightarrow \psi(f) < \psi(f')$

Si ψ invariant par translation, relation d'ordre entre les pixels de l'image de départ conservée :

$$\forall x, y : f(x) < f(y) \Leftrightarrow \psi[f(x)] < \psi[f(y)]$$

L'anamorphose sur les fonctions se ramène alors à une anamorphose sur l'espace I des valeurs numériques des images. A tout élément i correspond un et un seul élément $\psi(i)$. Il en résulte qu'à chaque seuil X_i de la fonction f , il correspond le seuil $X_{\psi(i)}$ sur la fonction $\psi(f)$.

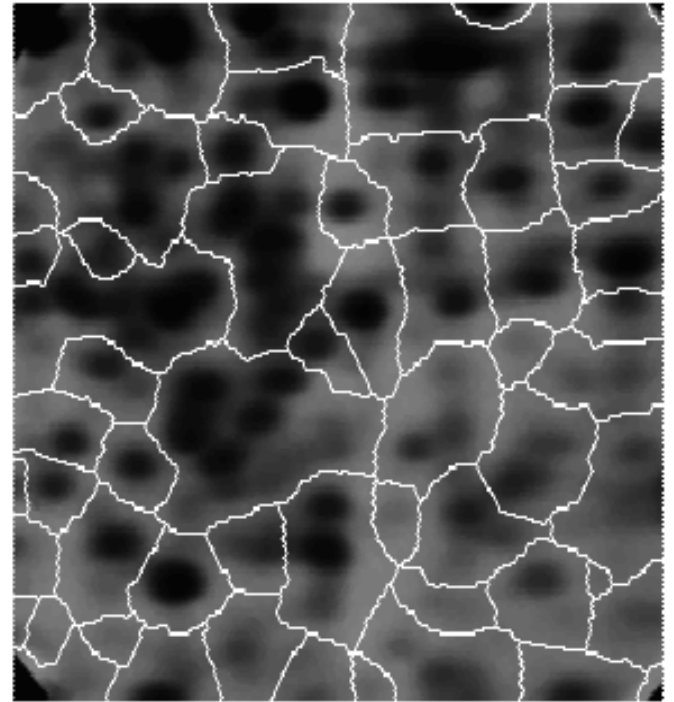
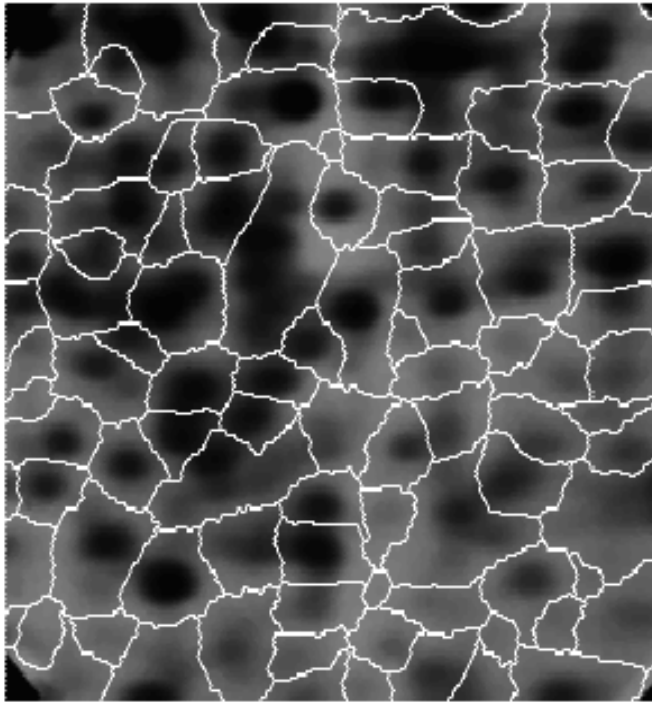
Propriétés

$$m[\psi(f)] = m(f)$$

$$W(f) = W[\psi(f)]$$

Anamorphoses et digitalisation

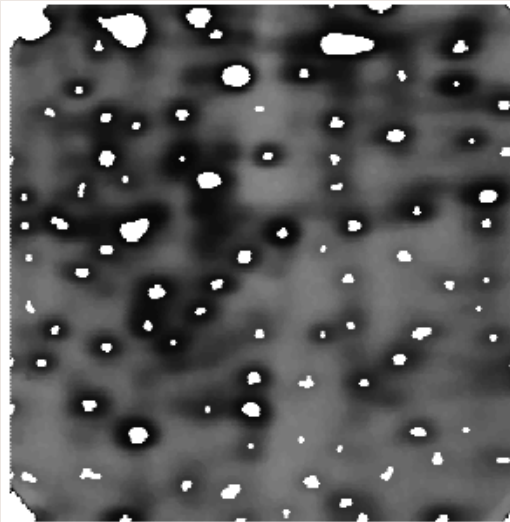
Si l'anamorphose est réalisée sur une image digitalisée, il n'y a plus correspondance entre les minima et , a fortiori, entre les LPE.



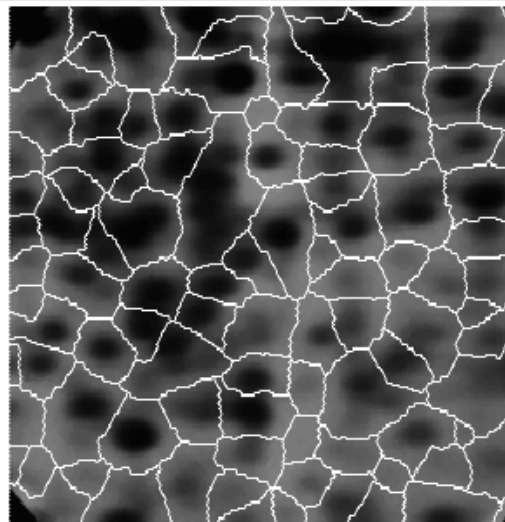
LPE de l'image (à gauche) et LPE obtenue après une anamorphose (à droite)

Une solution en forme de compromis

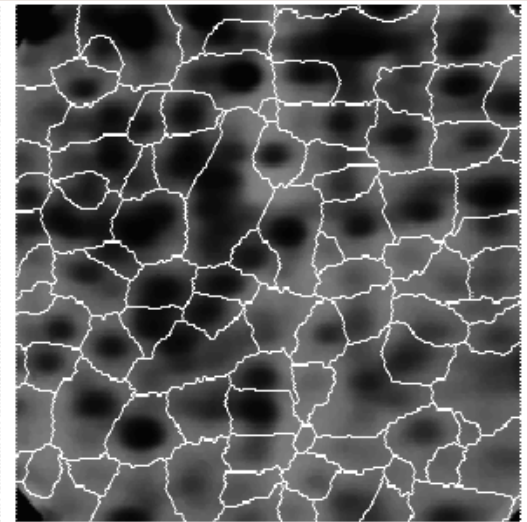
On effectue la LPE de l'image anamorphosée contrôlée par marqueurs. Ces marqueurs sont les minima de l'image de départ.



Marqueurs (minima)



LPE sur image
anamorphosée



LPE initiale

La LPE obtenue n'est pas identique à la LPE de f . Cependant, elle présente le même nombre de bassins versants et les lignes de partage sont proches de celles de la LPE de f .

Exemple (LPE du gradient)



LPE du gradient initial



LPE du gradient anamorphosé

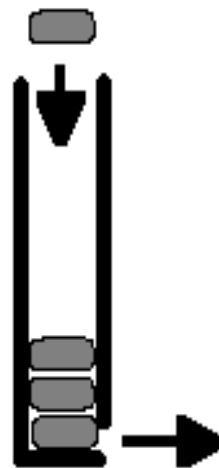
Anamorphoses les plus utilisées:

- Division $f \xrightarrow{\Psi} f/n$

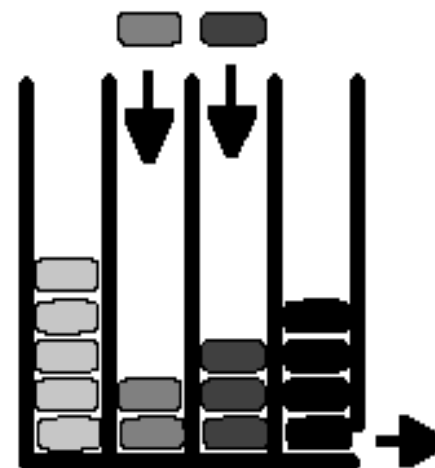
- Anamorphose logarithmique $f \xrightarrow{\Psi} \text{Log} \left(\frac{f+1}{2} \right)$

Files d'attente hiérarchiques

- FAH: série de files d'attente simples.
- Chaque file d'attente simple a un niveau de priorité.
- Toutes les files ouvertes à leur sommet: à tout moment un jeton peut être inséré dans la file de priorité correspondante.
- Seule la file de plus forte priorité peut être vidée (jeton extrait de plus forte priorité arrivé le premier dans la file).
- Dès que la file de plus forte priorité est vide, elle est supprimée.



(a)

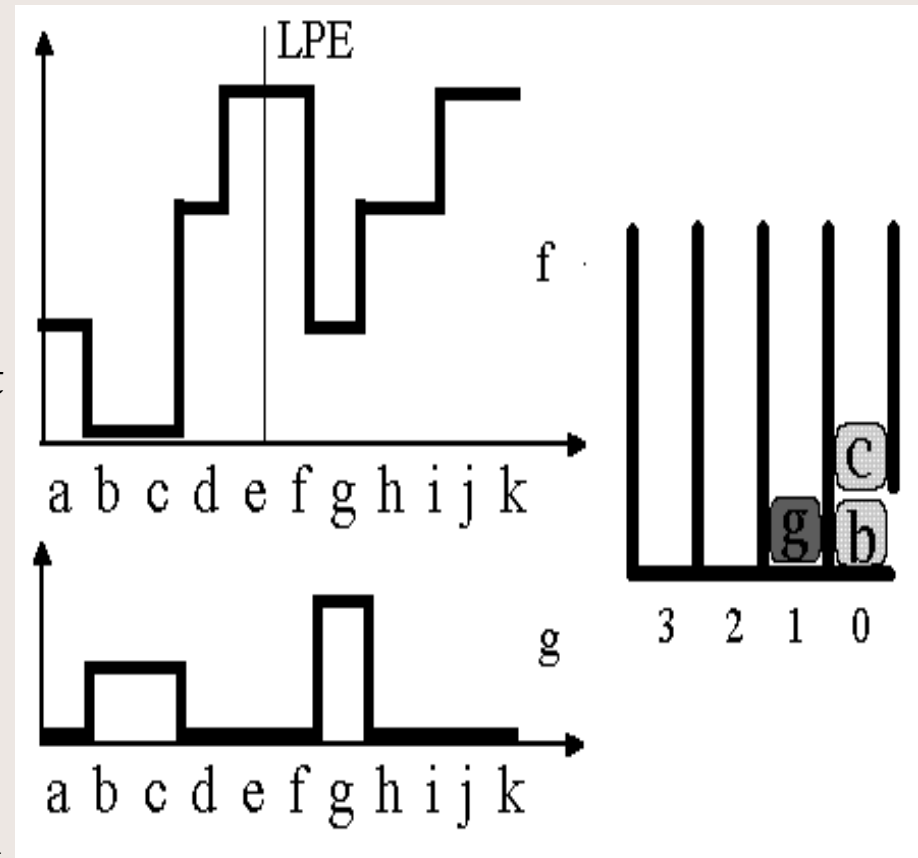


(b)

LPE par FAH, exemple

Initialisation

- FAH créée avec autant de niveaux de priorité qu'il y a de niveaux de gris dans l'image f.
- Deux mémoires d'images:
La première contient l'image f (stockage des priorités/niveaux de gris des pixels (lecture seule)).
La deuxième mémoire (mémoire-label notée g) contient les étiquettes des pixels traités.
- FAH initialisée en stockant dans les files d'attente respectives les jetons correspondant aux pixels étiquetés dans l'image g. Ces jetons transportent une seule information: les coordonnées du pixel correspondant dans f ou g.

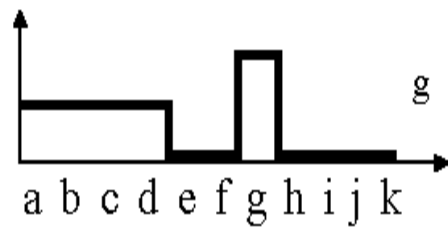
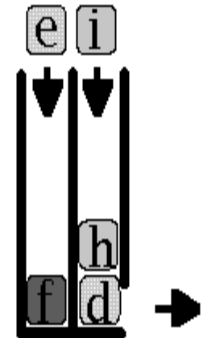
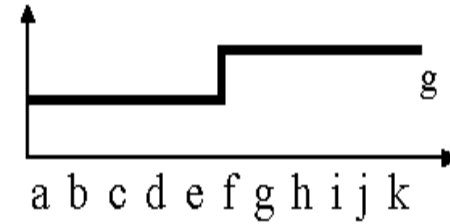
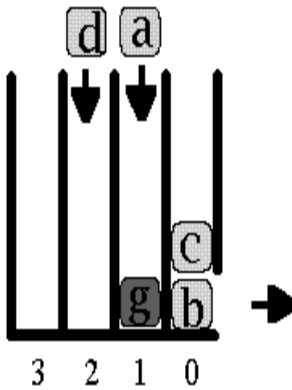
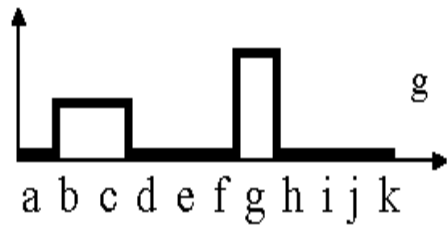
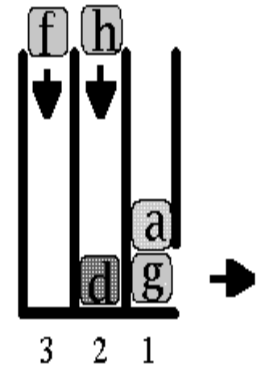
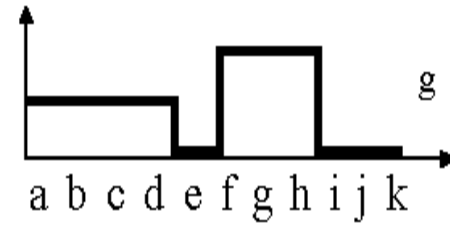
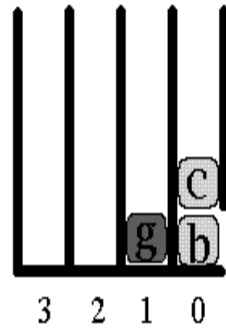
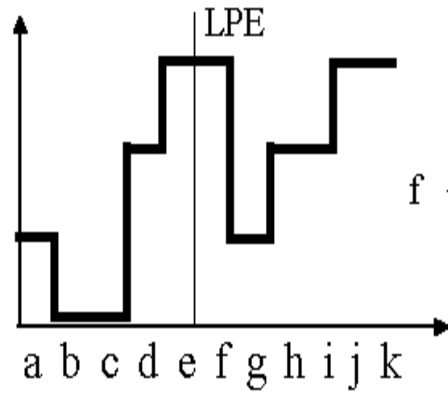


LPE par FAH, suite

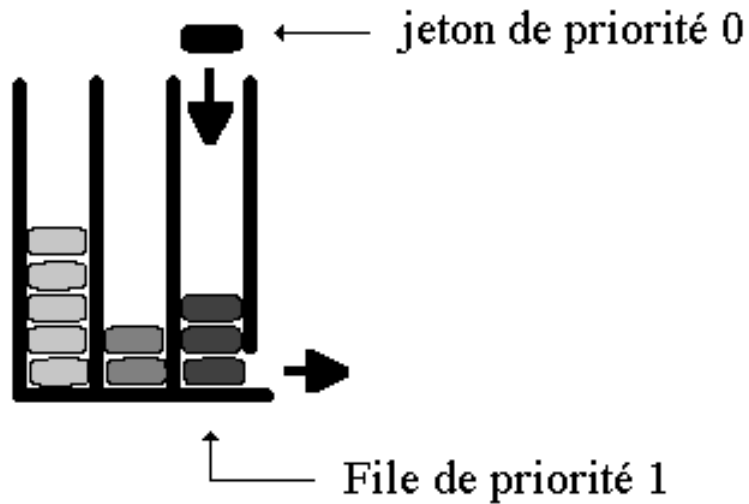
Tant que la FAH n'est pas vide, faire:

```
{  
    - extraire un jeton x de la FAH  
    - déterminer les pixels voisins de x qui n'ont pas  
d'étiquette dans g.  
    - pour chaque voisin y non étiqueté, faire:  
        { - assigner à y dans l'image g la même étiquette  
que x.  
            - insérer le jeton y dans la file d'attente de la  
FAH de priorité correspondant au niveau de gris de y dans f (si  
elle existe) ou à la file d'attente de plus forte priorité existant  
encore. }  
}
```

LPE et FAH, les étapes



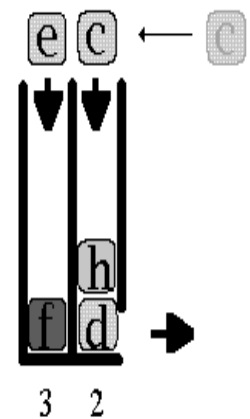
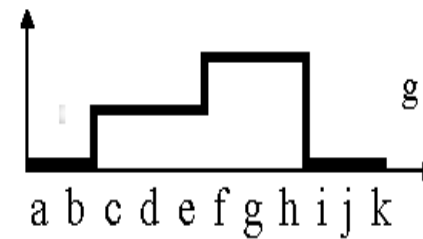
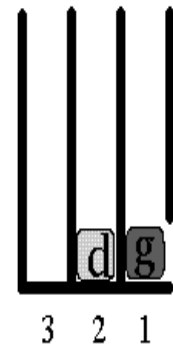
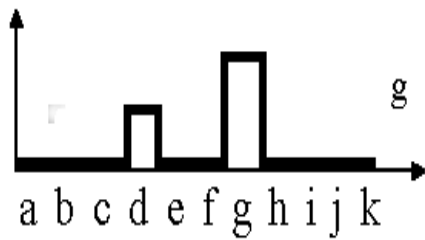
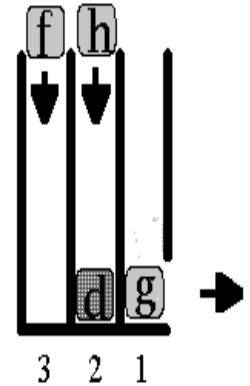
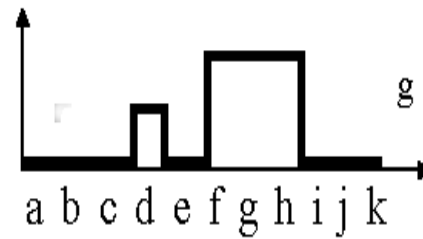
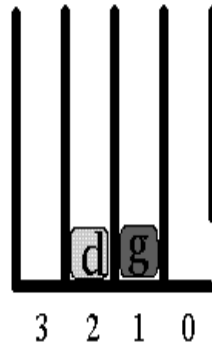
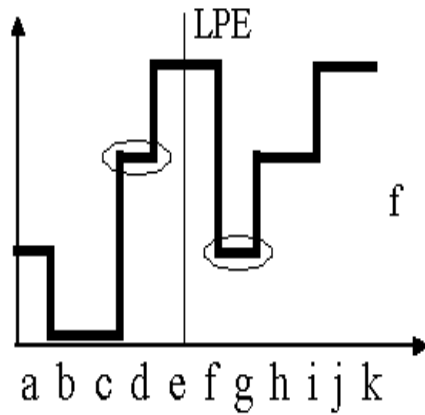
FAH et marqueurs



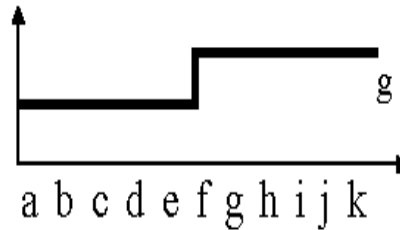
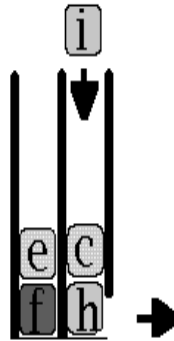
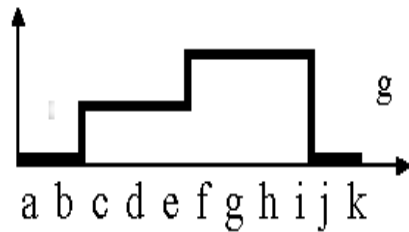
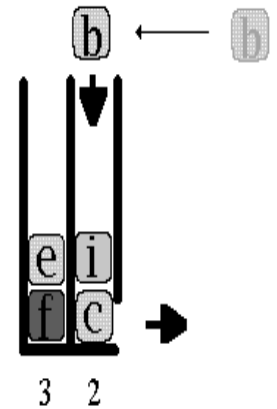
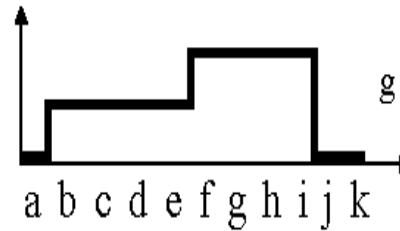
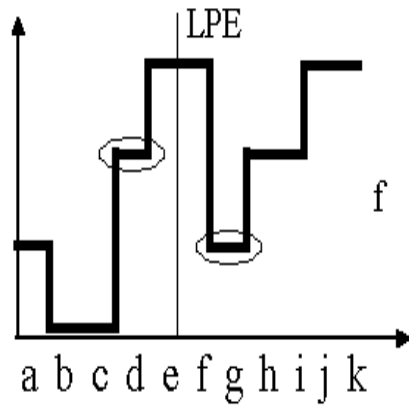
Il peut arriver que des jetons de priorité inférieure apparaissent alors que la pile correspondante n'existe plus. Dans ce cas, le jeton est inséré dans la pile courante.

Cette situation se produit fréquemment dans la réalisation de la LPE contrôlée par marqueurs (mais pas seulement).

FAH et marqueurs (suite)



FAH et marqueurs (fin)



Cette approche combine une LPE et une modification d'homotopie réalisée « à la volée ».

FAH, avantages et inconvénients

- **Utilisation possible pour la reconstruction**
- **Algorithme très rapide (combine LPE et modification d'homotopie)**
- **Implantation hardware assez délicate (parallélisation)**
- **Engendre toujours un ordre a priori (biais)**

Améliorations

- **Détection des collisions (propagation isotrope)**
- **Parallélisation (1 processeur par pixel) avec contrôle des pixels traités (pixels chargés dans la pile courante)**

FAH: algorithme isotrope

Gestion des collisions (inondations multiples) par modification de l'étiquetage.

4 types de labels:

- **0, pixels pas encore traités**
- **label pair, pixels affectés définitivement à un BV**
- **label impair, pixels affectés temporairement à un BV**
- **255, collisions (pixels appartenant à la LPE)**

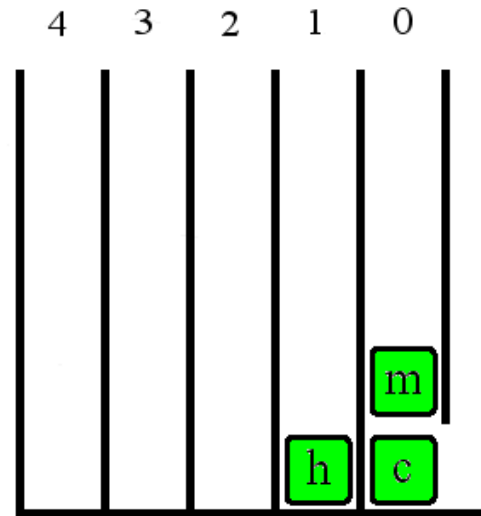
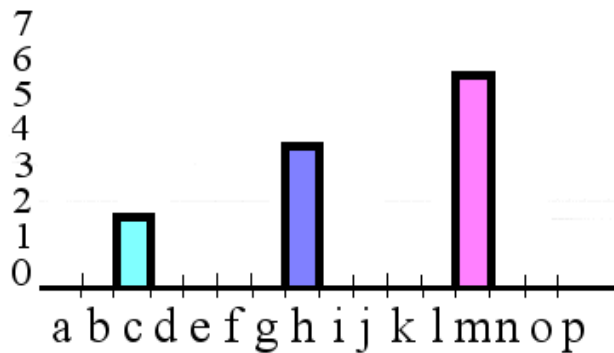
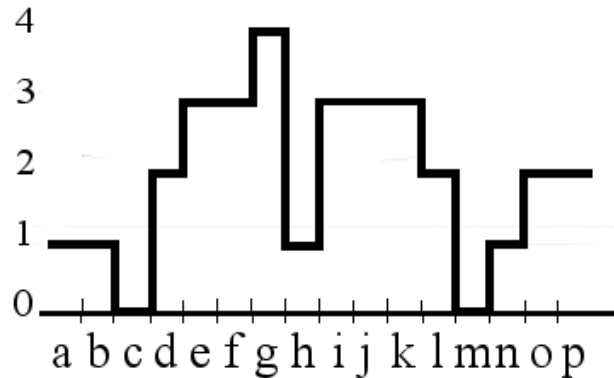
L'initialisation de la FAH et de la mémoire-label sont inchangés. La seule modification est que les labels initiaux sont tous PAIRS.

FAH: algorithme isotrope (suite)

Fonctionnement

```
{Pour chaque jeton (label-j), faire
  {Si label-j <> 255 faire
    {Si label-j impair, faire
      {label-j = label-j - 1}
    Pour chaque jeton voisin (label-v), faire
      {Si label-v = 0, faire
        {Empiler jeton
          label-v = label-j + 1}
        fin}
      {Si label-v pair, fin}
      {Si label-v impair, faire
        {Si label-v = label-j + 1, fin}
        {Si label-v <> label-j + 1, label-v = 255}
      }
    Sinon fin}
  }
```

FAH: algorithme isotrope, exemple



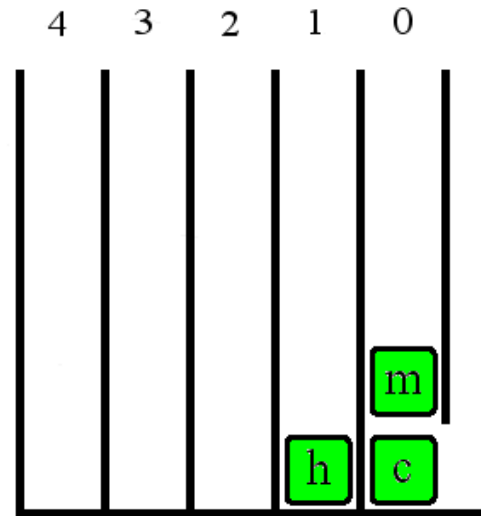
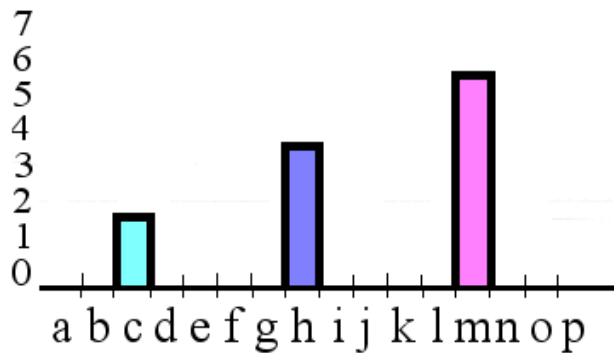
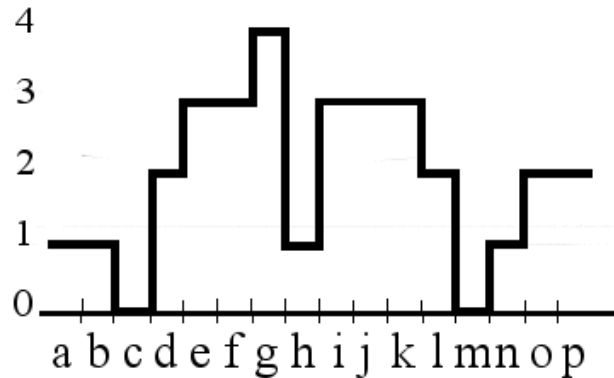
Traitement du jeton en sortie de FAH:

Mise à jour de son label

Chargement des voisins non étiquetés dans la FAH (jaune)

Recherche des collisions

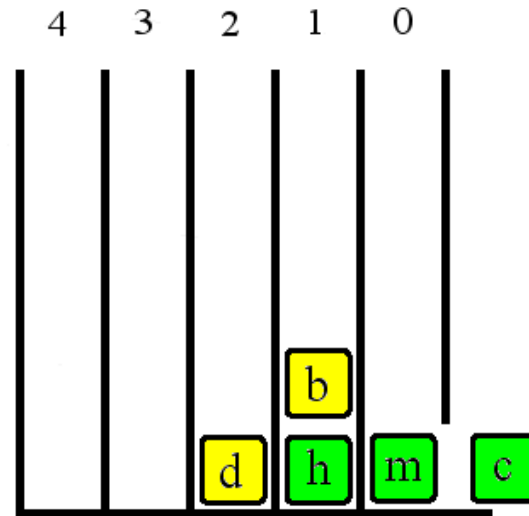
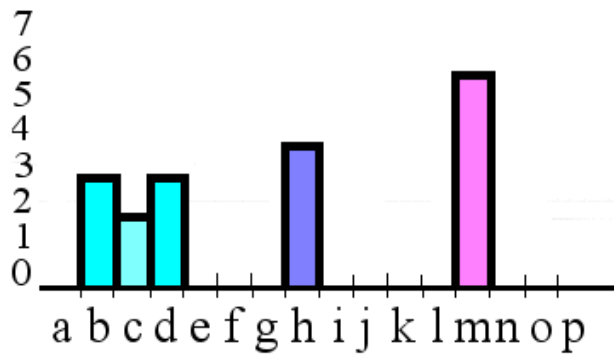
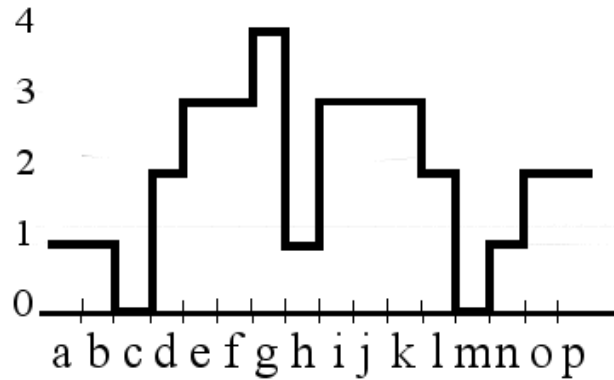
FAH: algorithme isotrope, exemple



Initialisation:

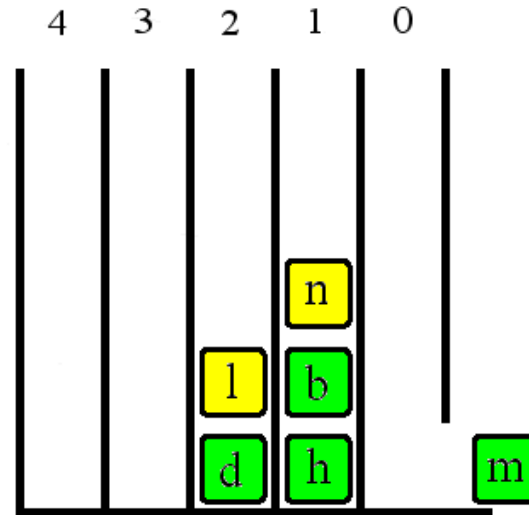
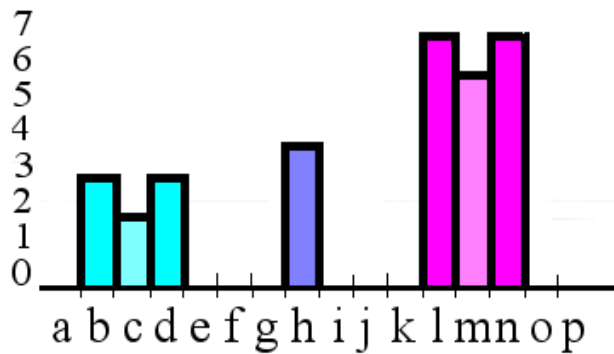
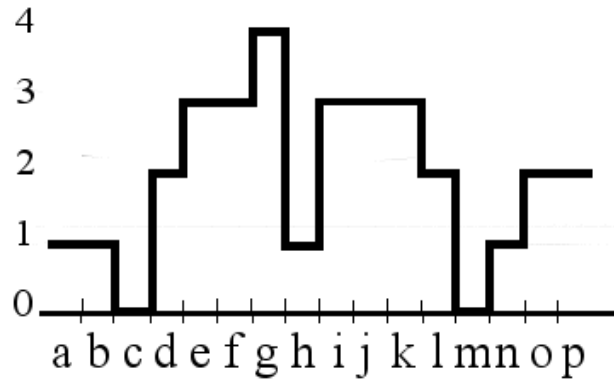
La FAH est chargée avec les jetons marqueurs (minima).

FAH: algorithme isotrope, exemple



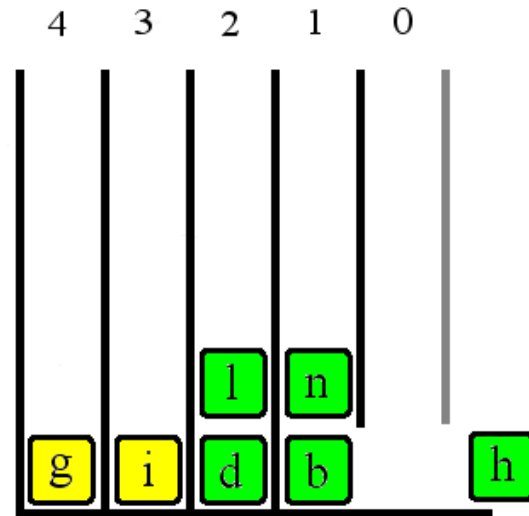
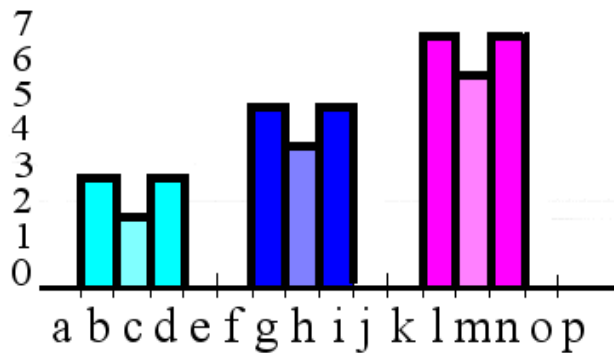
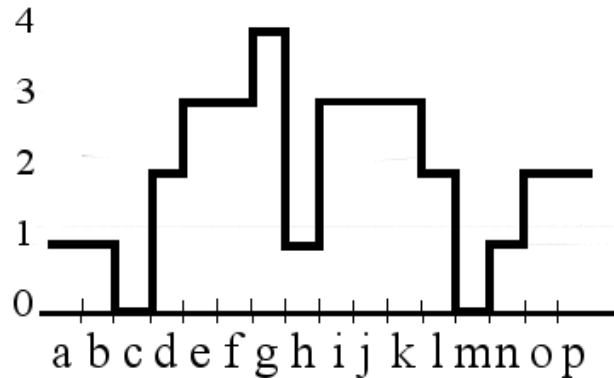
Jeton suivant

FAH: algorithme isotrope, exemple



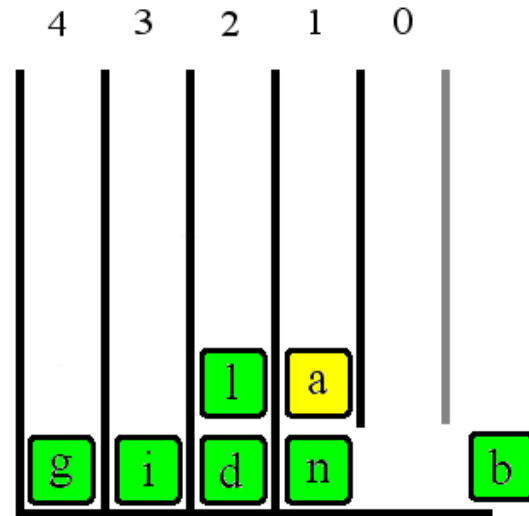
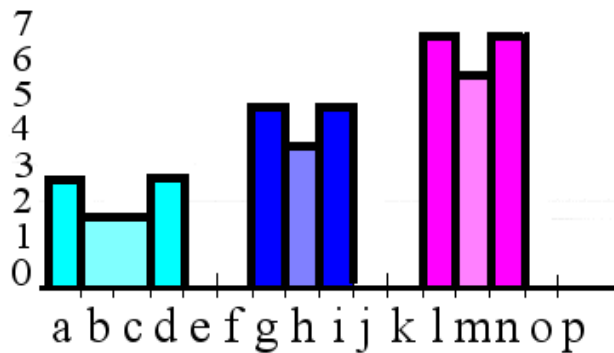
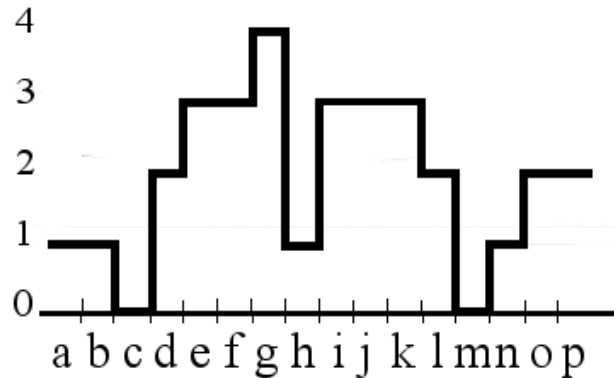
Jeton suivant

FAH: algorithme isotrope, exemple



**La file d'attente de priorité 0 étant vide, elle est supprimée.
Ouverture de la file suivante.**

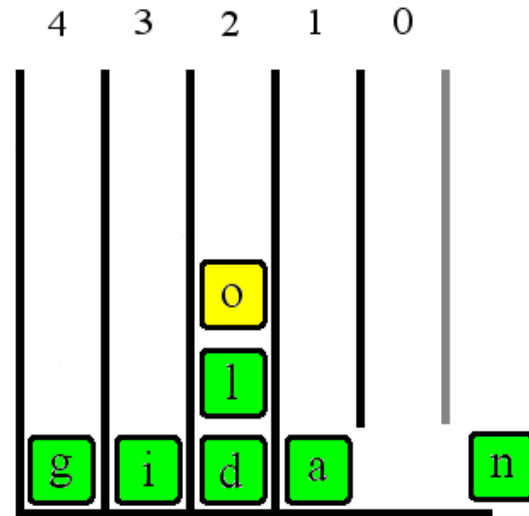
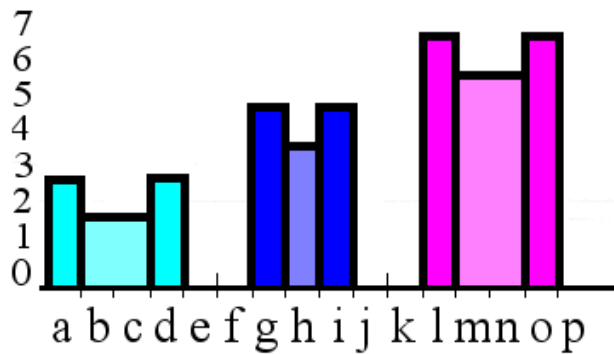
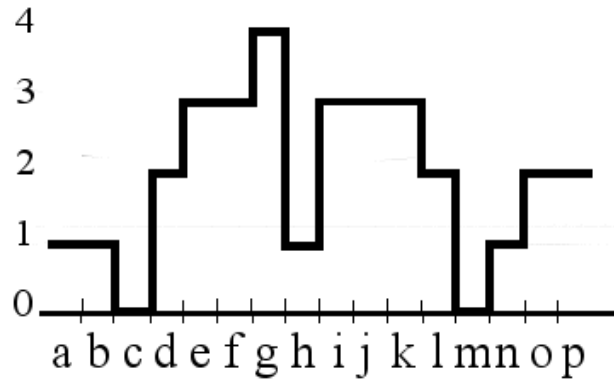
FAH: algorithme isotrope, exemple



Propagation sur un plateau:

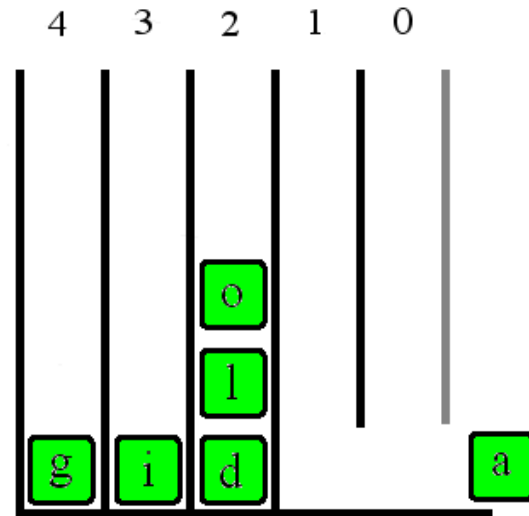
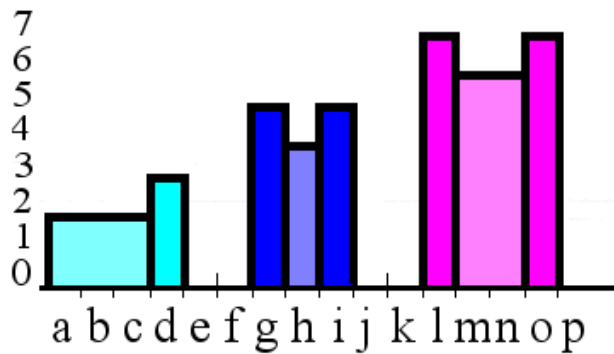
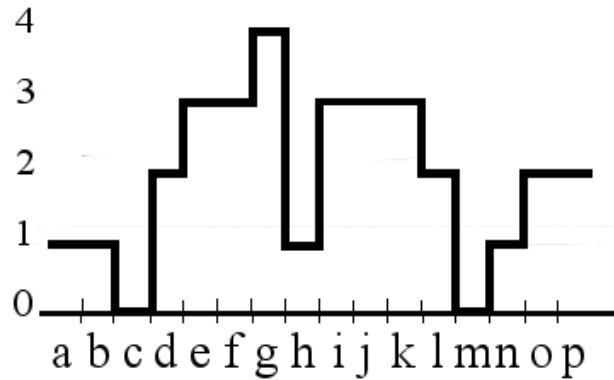
Le jeton voisin (a) est empilé sur la file d'attente courante.

FAH: algorithme isotrope, exemple



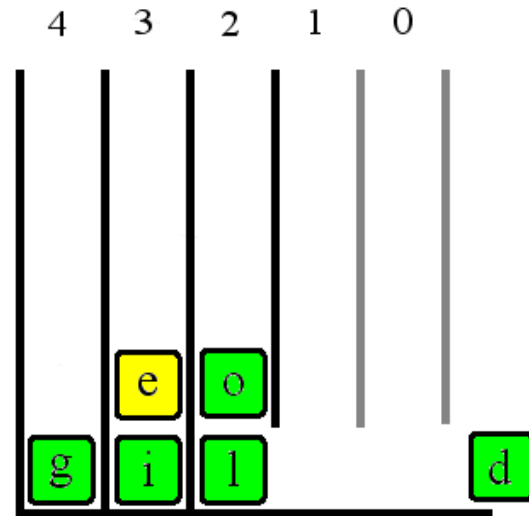
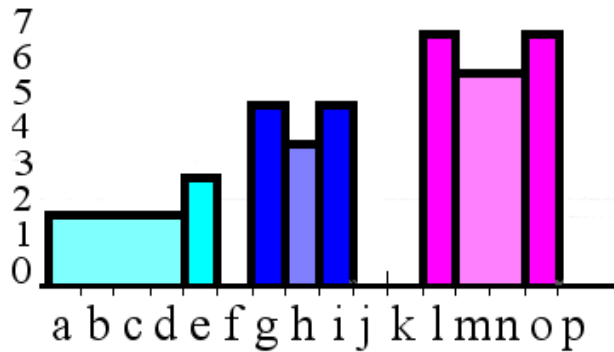
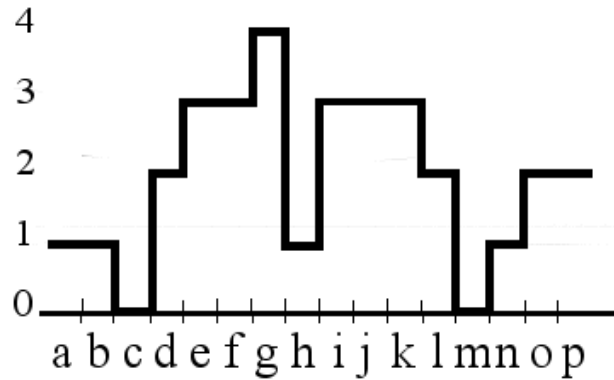
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



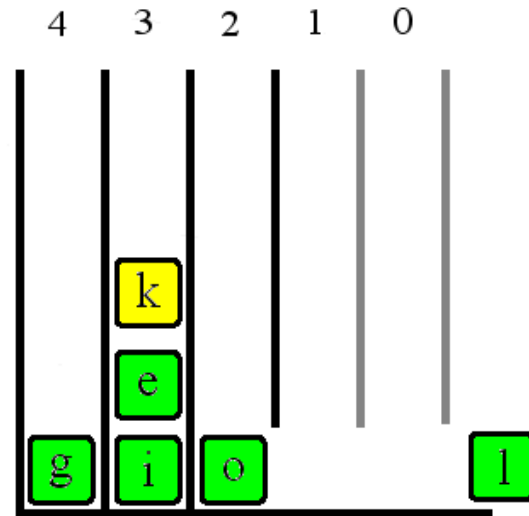
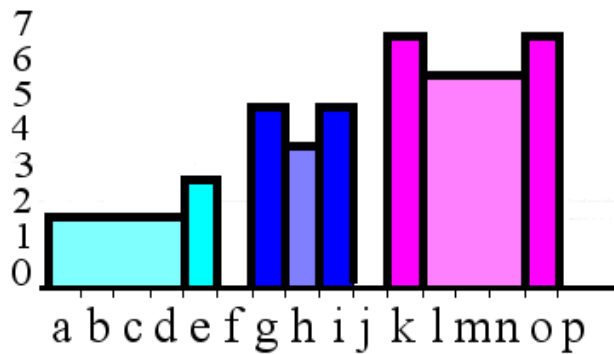
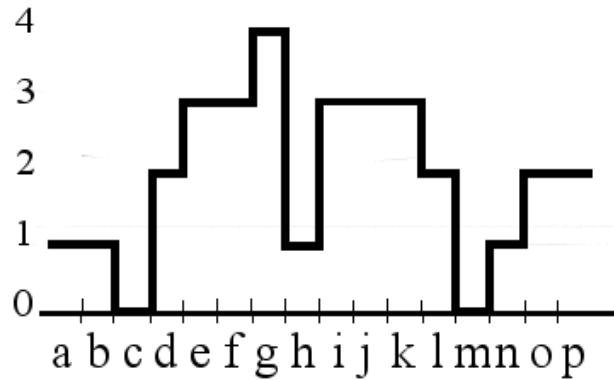
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



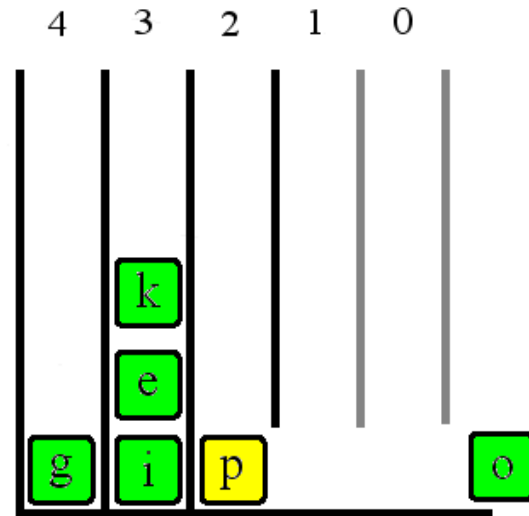
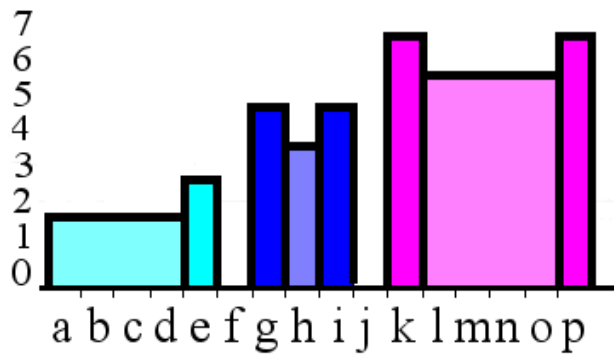
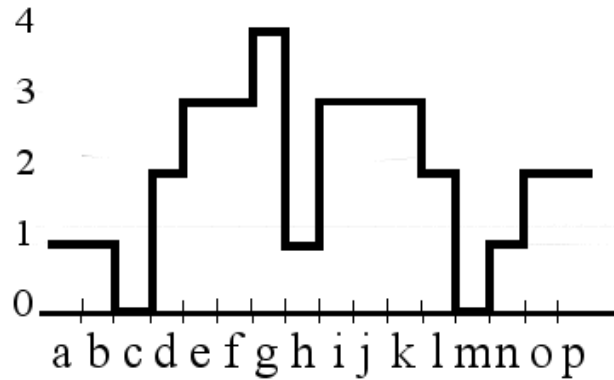
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



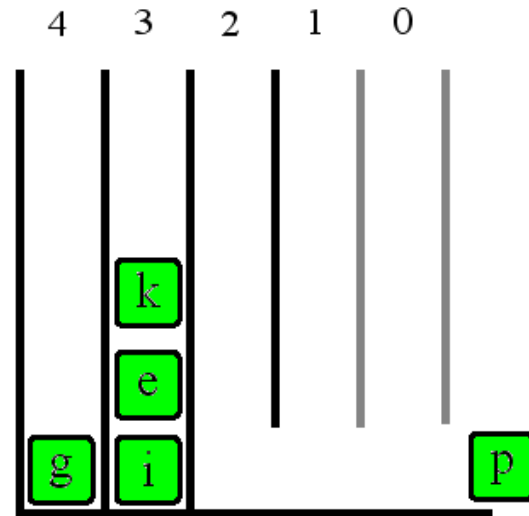
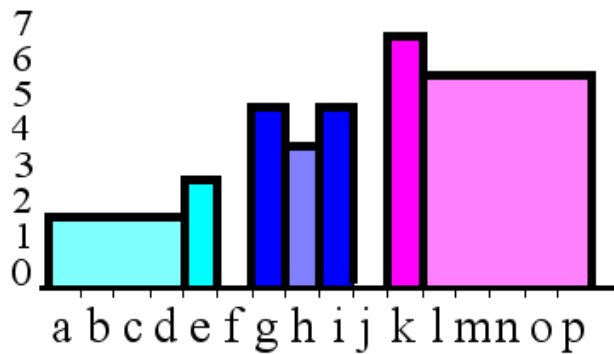
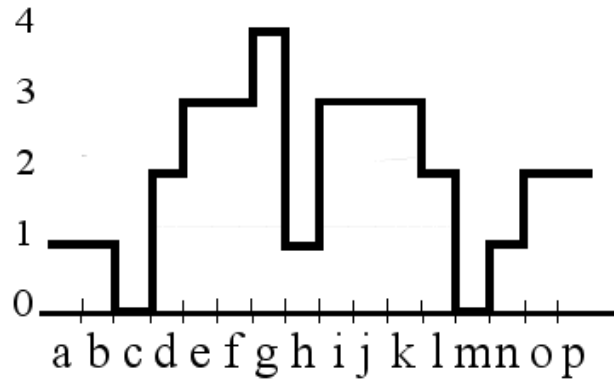
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



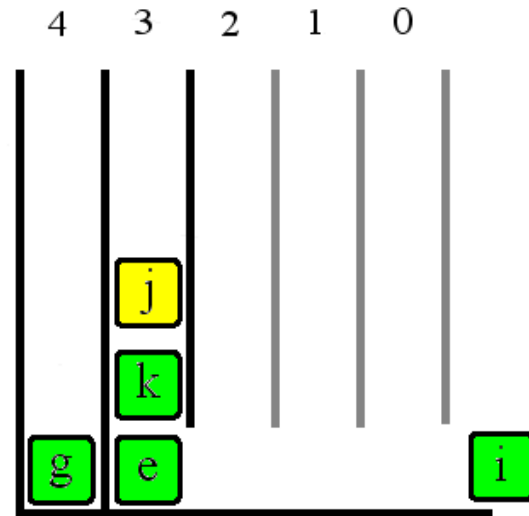
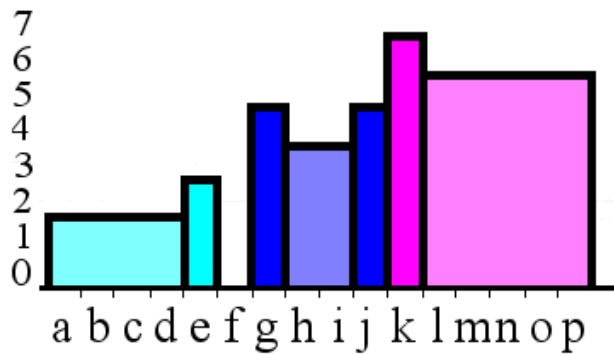
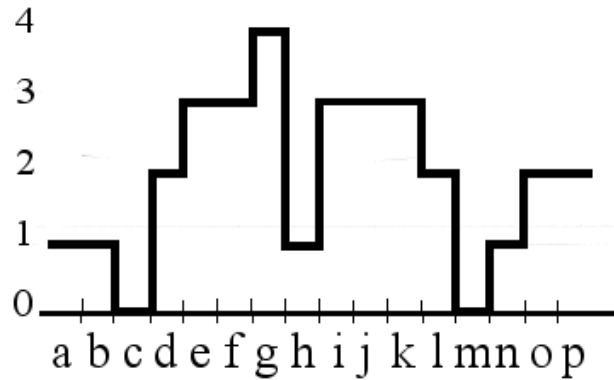
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



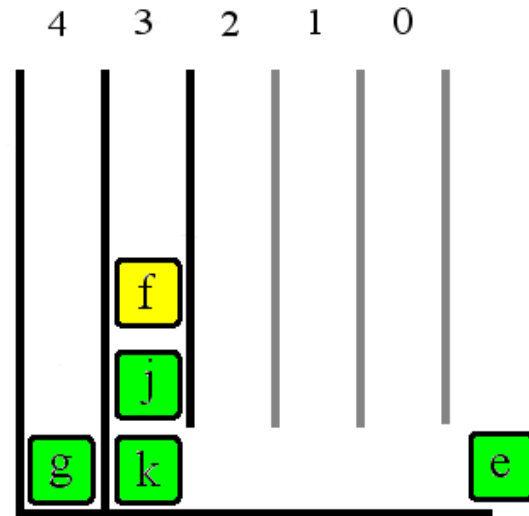
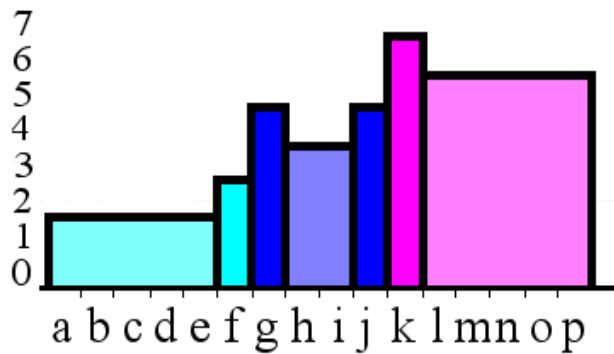
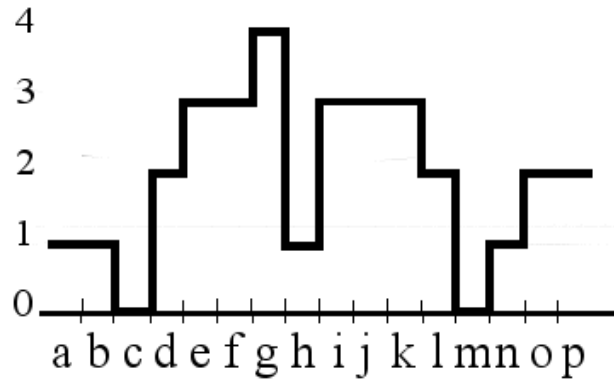
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



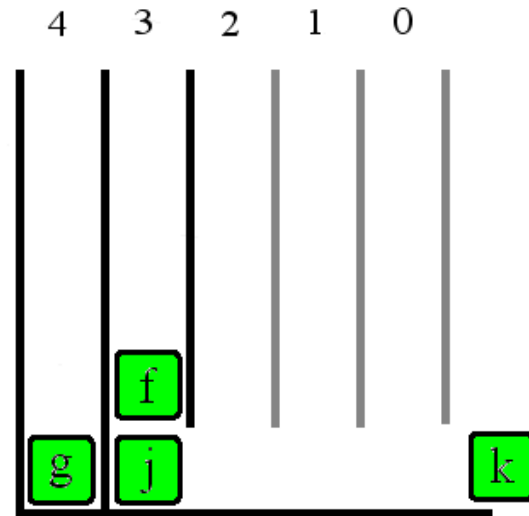
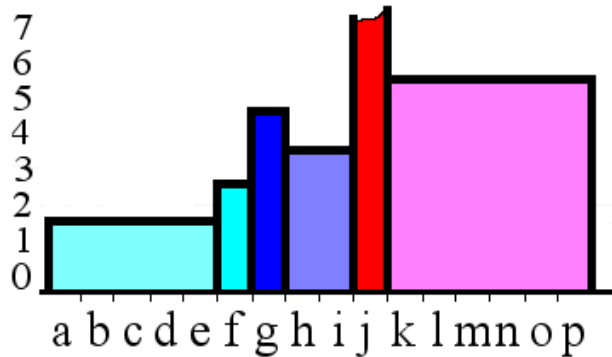
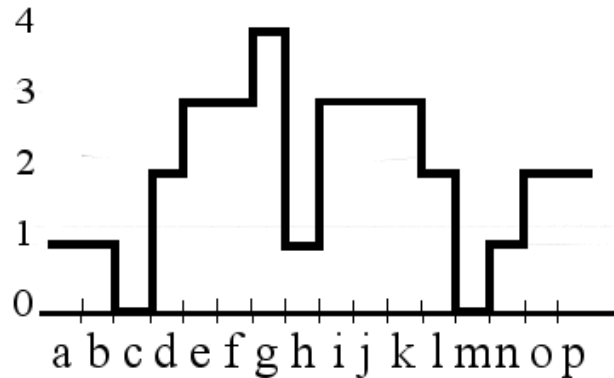
Le processus continue...

FAH: algorithme isotrope, exemple



Le processus continue...

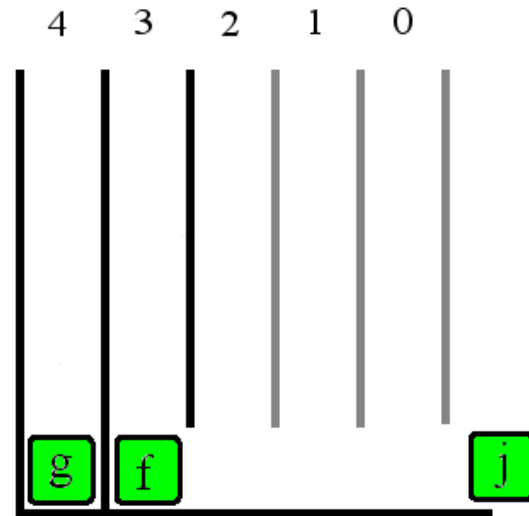
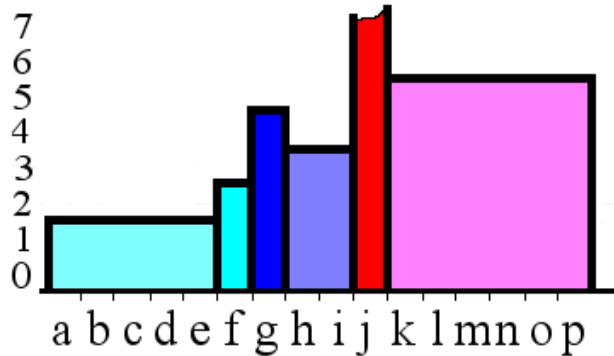
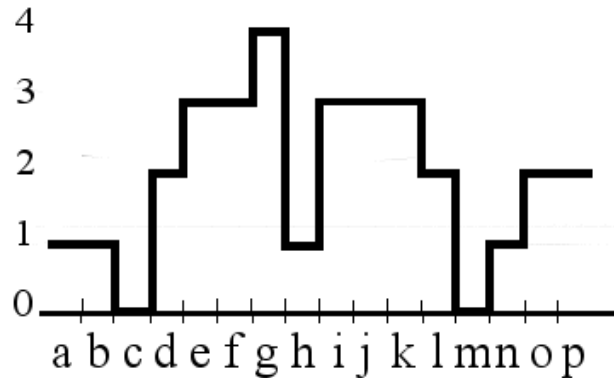
FAH: algorithme isotrope, exemple



Détection des collisions:

Le jeton j (label 4/5) voisin du jeton k indique une collision car le label de k (6) est différent. Le jeton j est marqué comme une collision (point de LPE) dans la mémoire-label.

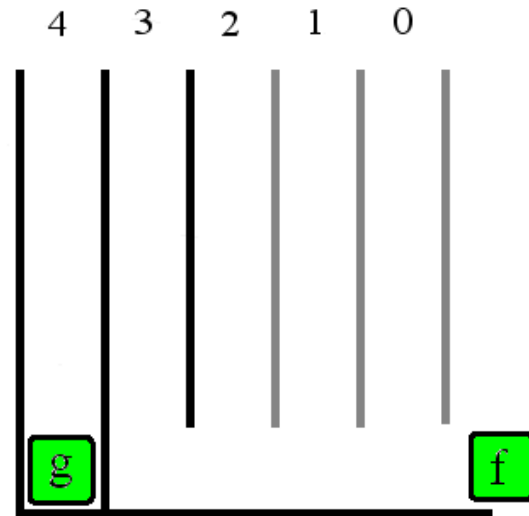
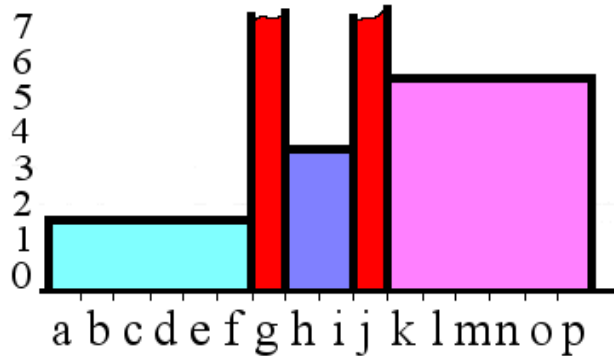
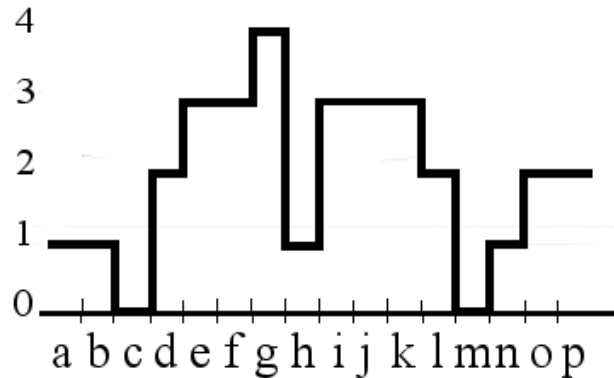
FAH: algorithme isotrope, exemple



Gestion des jetons-collision:

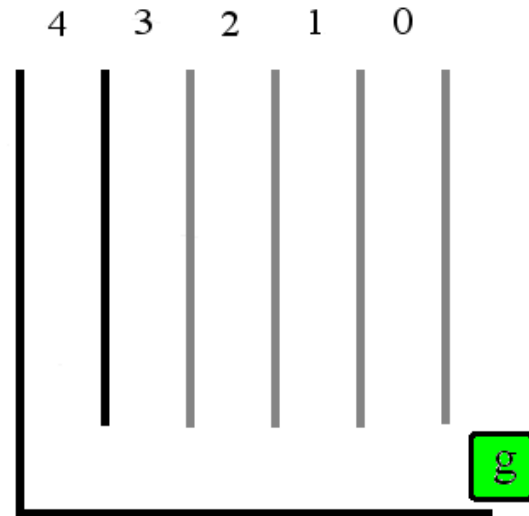
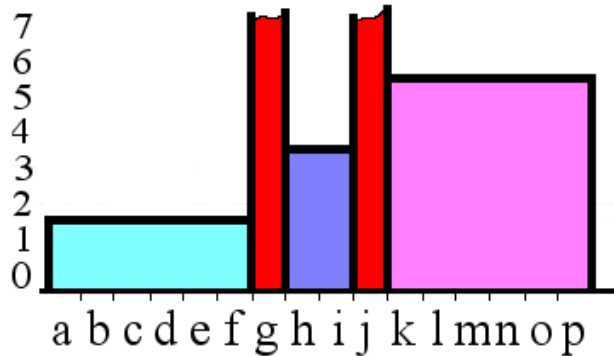
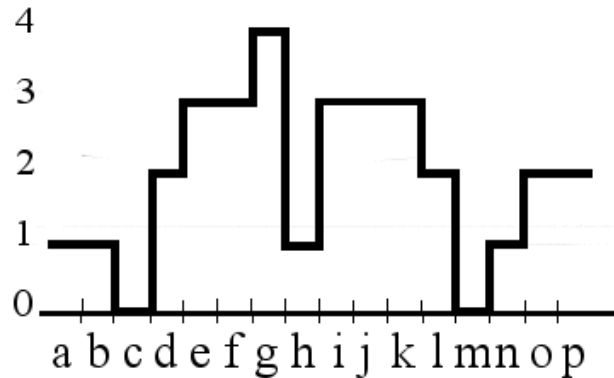
Le jeton j est sorti de la pile sans traitement.

FAH: algorithme isotrope, exemple



Comme pour le jeton k, le jeton f marque le jeton g comme un jeton-collision.

FAH: algorithme isotrope, exemple



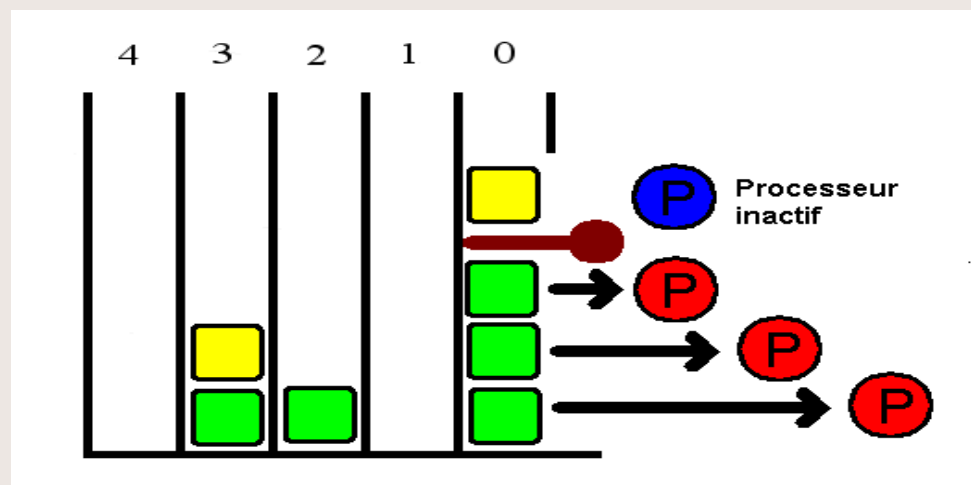
Traitement du jeton g (il est simplement sorti de la FAH) et fin du processus. La mémoire-label contient les bassins versants et les points multiples.

Parallélisation de l'algorithme isotrope

Plusieurs approches proposées pour paralléliser la LPE.

L'approche la plus efficace consiste à traiter plusieurs jetons en même temps (approche multi-processeurs).

L'algorithme isotrope seul permet d'envisager cette parallélisation.



Dans l'inondation réelle, seuls les points adjacents aux régions déjà inondées sont traités en parallèle. Le reste du processus est séquentiel.

Ces points correspondent aux jetons de premier ordre appartenant à la file d'attente courante.