

CONFIDENTIEL

N-26

SIMULATION DE LA REPARTITION  
DE PIGMENTS ET QUANTIFICATION  
DE LEUR POUVOIR COLORANT

S. BEUCHER - M. GRIMAUD

FONTAINEBLEAU

OCTOBRE 1988

SIMULATION DE LA REPARTITION DE PIGMENTS ET  
QUANTIFICATION DE LEUR POUVOIR COLORANT

S. BEUCHER , M. GRIMAUD

Rapport intermédiaire

( Confidentiel )

L'effet macroscopique du mélange de divers pigments est un phénomène difficilement quantifiable. Il dépend de nombreux facteurs tels que la taille des pigments, leur couleur, leur texture, leur pouvoir réfléchissant, leur répartition etc.. . Cependant, il semble d'ores et déjà vraisemblable que la couleur d'un mélange observée lorsque les différents constituants ne sont plus discernables ne peut se déduire par une simple loi d'additivité des couleurs au prorata de leurs proportions dans le mélange. Il est donc intéressant de pouvoir simuler des mélanges de composants colorés afin de mieux appréhender les lois de compositions des couleurs. Ce rapport décrit les premiers travaux réalisés dans ce domaine par le Centre de Morphologie Mathématique à la demande de la G.I.E. MOET HENNESSY Recherche.

Rappel des travaux antérieurs

Des travaux antérieurs ([1]) ont montré que les relations de voisinage entre diverses taches colorées modifient leur rendu de couleur subjectif: la couleur observée diffère légèrement de la couleur vraie. Rappelons brièvement le dispositif expérimental ayant servi à ces travaux ( Figure 1).

On affiche sur un écran couleur haute définition une tache de couleur sur un fond noir. Cette couleur choisie par l'expérimentateur dans la palette de couleurs du système de visualisation est donc parfaitement définie par ses coordonnées trichromatiques: cette couleur est un mélange

de rouge, de vert et de bleu et peut s'écrire:

$$C = R_c + V_c + B_c$$

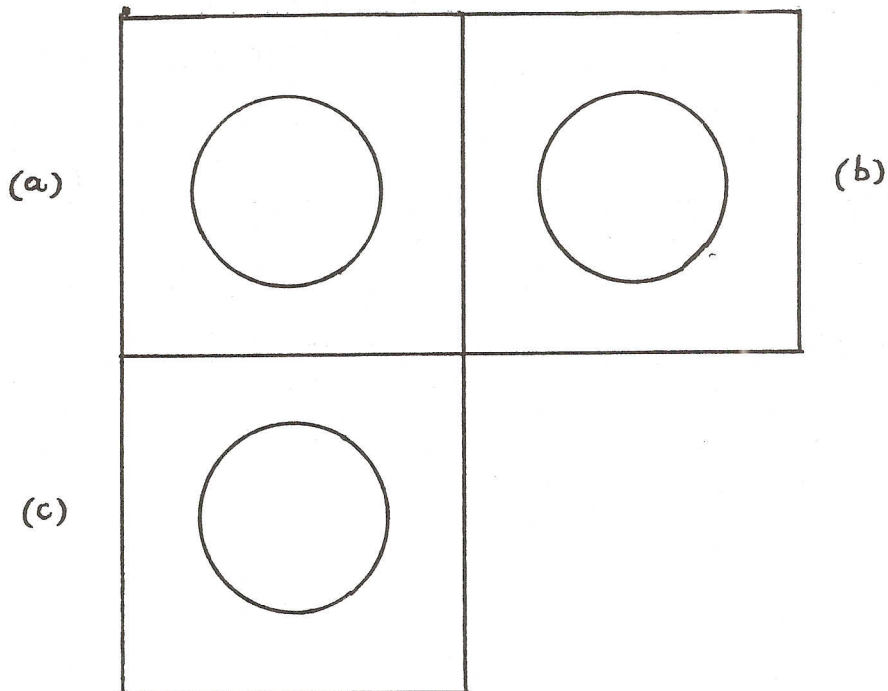


Figure 1 : Visualisation de taches de couleurs.

- (a) tache sur fond noir
- (b) tache sur fond coloré
- (c) rendu estimé par l'expérimentateur

Si la même tache de couleur est visualisée non pas sur un fond noir mais sur un fond coloré défini par :

$$F = R_f + V_f + B_f$$

elle apparait pour l'expérimentateur avoir une couleur légèrement différente. Cette différence peut être quantifiée en laissant l'opérateur définir la couleur de la tache sur fond noir lui paraissant la plus proche de la couleur observée sur fond coloré. On obtient ainsi une couleur définie par :

$$C' = R_{c'} + V_{c'} + B_{c'}$$

On peut alors calculer l'écart entre la couleur vraie et la couleur perçue comme une fonction de C, F et de la taille de la tache :

$$d(C', C) = f(C, F, \text{taille})$$

Il est donc vraisemblable d'admettre que le même phénomène se produise dans le cas de mélanges de pigments.

Le but de la présente étude consiste donc à simuler des mélanges de pigments à l'aide de modèles d'ensembles aléatoires et à observer l'effet macroscopique de ce mélange par une technique similaire à celle précédemment décrite. Les premiers essais réalisés sont décrits dans le présent rapport. On décrira les schémas aléatoires utilisés et on discutera également les problèmes posés par le passage de la simulation microscopique à son rendu macroscopique. On présentera également des expériences réalisées à l'aide de modèles de mosaïques où le passage du niveau macroscopique au niveau microscopique est partiellement résolu.

#### But et protocole de l'expérience

Le but de l'expérience consiste à simuler des répartitions de plages colorées dans une image afin d'en déduire les lois du mélange des couleurs qui en résultent lorsque ces mélanges sont observés à une échelle telle que leurs éléments constitutifs sont indiscernables. Cette échelle d'observation est appelée le niveau macroscopique.

Il existe en colorimétrie des lois de synthèse additives des couleurs. Ces lois énoncées par GRASSMANN et Al permettent de déduire d'un mélange de couleurs primaires ( rouge, vert et bleu ) la couleur résultante. Il est donc intéressant de vérifier si le mélange de plages colorées obéit à ces lois ou non.

En effet, dans la synthèse additive, chaque point de la surface éclairée reçoit une certaine proportion de rayonnement rouge, vert et bleu. Cependant tous les points ont un comportement identique. Dans la synthèse par juxtaposition de plages colorées, chaque point reçoit un mélange de couleurs qui est fonction de son appartenance aux diverses plages colorées utilisées. Il est d'ailleurs intéressant de constater que



de nombreux dispositifs générateurs de couleur où cette synthèse est modélisée par des lois additives sont en fait des systèmes fonctionnant par juxtaposition de plages ou de points colorés. C'est le cas en particulier des procédés d'impression couleur ou encore de la télévision en couleur : La couleur obtenue est la juxtaposition de luminophores de couleur rouge, bleue et verte en proportions identiques mais avec des luminosités variables. On peut donc penser que le comportement de ce type de générateur de couleurs est, du fait de la régularité des plages colorées, un comportement additif : tout se passerait comme si les luminophores au lieu d'être adjacents étaient superposés. On verra cependant lorsqu'on décrira les expériences réalisées avec des mosaïques qu'il n'en est rien.

Pour mener à bien ces expériences, trois actions doivent être réalisées :

- La simulation au niveau microscopique ( c'est-à-dire lorsque les différentes plages colorées sont discernables ) d'un mélange de pigments.

- La définition d'un procédé de passage du niveau microscopique au niveau macroscopique afin de connaître le rendu macroscopique du mélange simulé.

- La comparaison de la couleur perçue par simulation avec une couleur pure afin de connaître les composantes trichromatiques de la couleur simulée pour ensuite déterminer les lois de la synthèse des couleurs par juxtaposition.

Etant donné le nombre important de paramètres pouvant influencer sur la perception de la couleur, il est impératif de débiter cette expérience en utilisant des modèles élémentaires mettant en jeu un nombre restreint de variables. On a donc utilisé pour nos essais deux types de simulations : des réalisations de modèles aléatoires ensemblistes d'une part et des modèles de mosaïques régulières d'autre part.

#### Les modèles aléatoires utilisés

Deux types de modèles aléatoires peuvent être utilisés : Le schéma Booléen et un modèle dérivé appelé Schéma des feuilles mortes.

Le schéma Booléen est un schéma d'implantation aléatoire pur de

germes. La réalisation d'un schéma Booléen de germes s'effectue en deux temps :

- On réalise d'abord un schéma d'implantation de points au hasard ( processus de Poisson bi-dimensionnel ). Le seul paramètre utilisé est la densité  $\theta$  de points Poissoniens.

- A partir de ce schéma, on implante en chaque point Poissonien une réalisation d'un ensemble aléatoire appelé grain primaire. On obtient ainsi une réalisation d'un ensemble aléatoire dont la caractéristique principale est d'être facilement calculable. Ainsi, la teneur  $t$  ( proportion de grains ) est donnée par :

$$t = 1 - e^{-\theta E[\text{mes}(X)]}$$

où  $\theta$  est la densité de points du processus de Poisson et  $E[\text{mes}(X)]$  est l'espérance de la surface du grain primaire.

Pour la simulation qui nous préoccupe, le schéma Booléen utilisé est simple. Le grain primaire est déterminé et consiste en une boule ( hexagone ou dodécagone ) de taille donnée et de couleur donnée, sur un fond de couleur homogène. Ce schéma bicolore est alors simple à calculer. En effet, si on désigne par  $C_g$  et  $C_f$  les couleurs respectives des grains et du fond, par  $r$  le rayon des grains et par  $\theta$  la densité de points Poissoniens, la couleur théoriquement observée macroscopiquement devrait être donnée par la formule suivante :

$$C = t C_g + ( 1 - t ) C_f, \text{ avec } t = 1 - e^{-\theta \pi r^2}$$

L'autre modèle d'implantation utilisé est dérivé du schéma Booléen. On le nomme schéma des feuilles mortes car il simule parfaitement la réalisation de l'ensemble aléatoire généré par des feuilles mortes tombant les unes après les autres sur le sol. Pour le simuler, plutôt que réaliser un processus de Poisson puis planter ensuite le grain primaire, on implante ce dernier affecté d'une couleur choisie dans une loi de distribution donnée immédiatement après l'apparition du germe ( Figure 2 ).



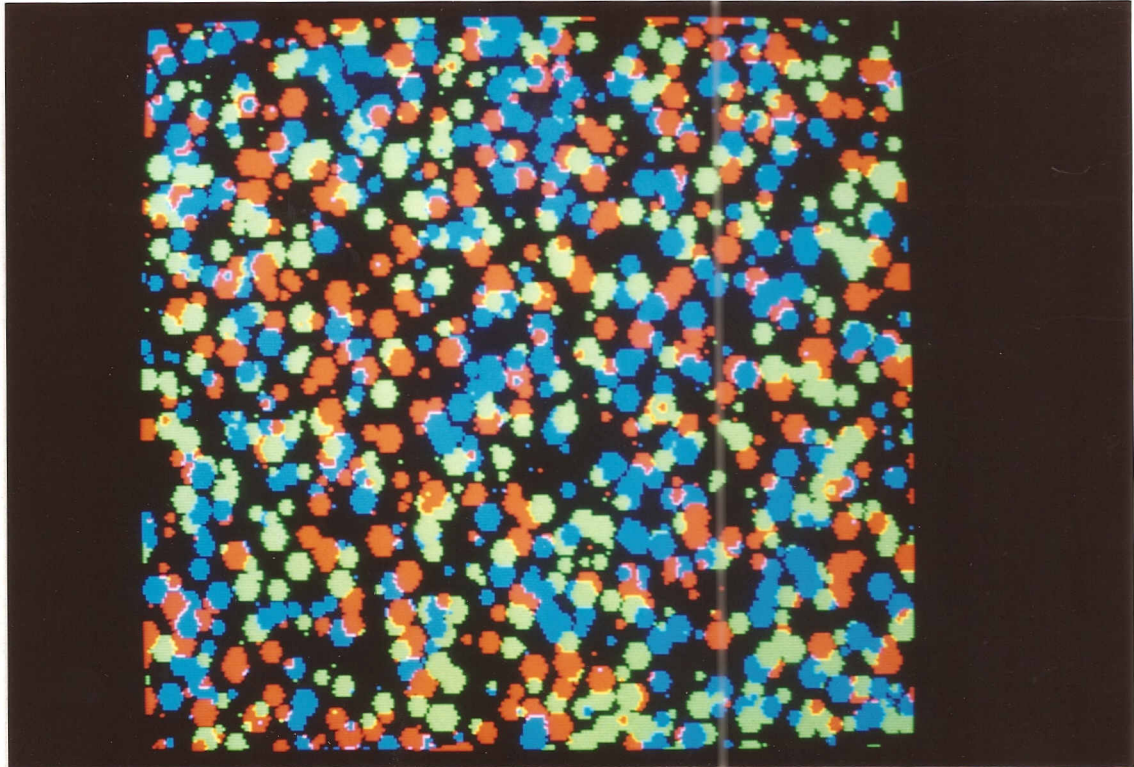


Figure 2 : Exemple de réalisation d'un schéma de feuilles mortes  
trois couleurs de feuilles sont utilisées

On peut calculer les caractéristiques de ce schéma ( teneurs des différentes phases en particulier ) à l'aide de formules similaires aux précédentes.

### Les mosaïques

Les mosaïques constituent un modèle de représentation simple et déterministe de la juxtaposition de plages de couleurs. Les plages sont des carrés constituant une partition régulière du plan ( Figure 3 ).

Ces mosaïques sont utilisées pour analyser le comportement du mélange de deux ou trois plages colorées. A la différence des schémas aléatoires, l'aspect déterministe de la répartition et de la forme permet de ne pas tenir compte des variables géométriques et spatiales du modèle.

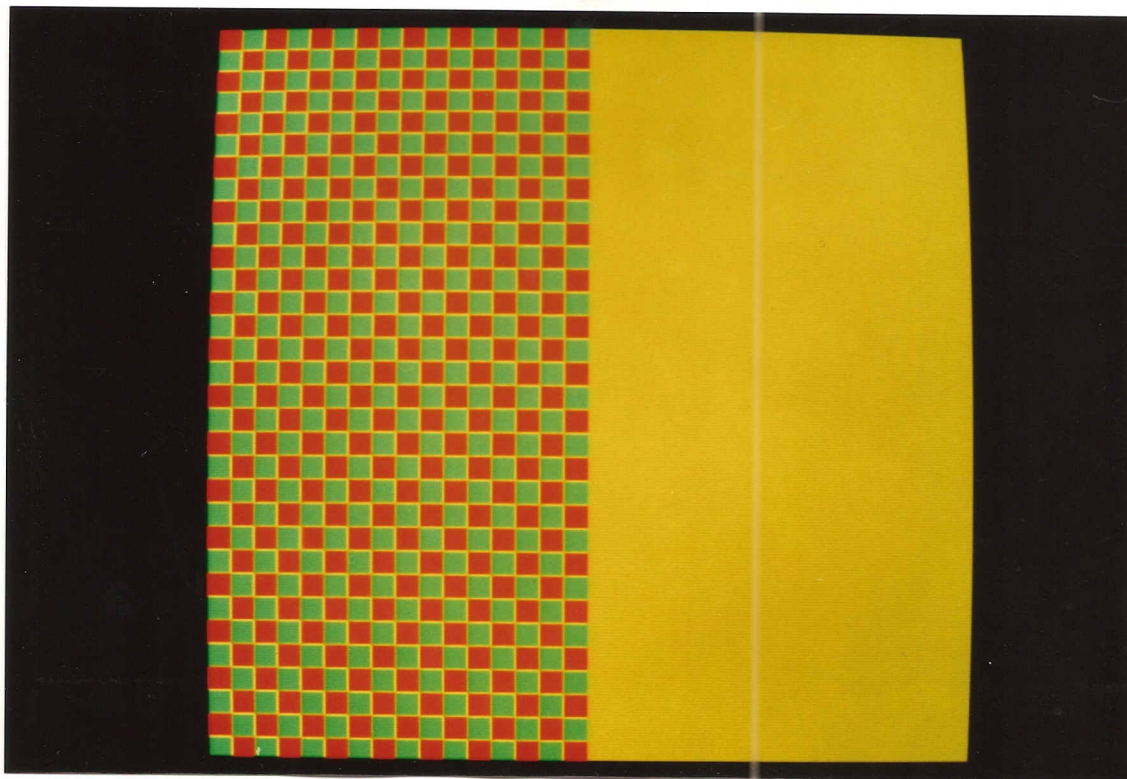


Figure 3 : Réalisation d'une mosaïque de carré colorés.

(à droite, rendu macroscopique)

Passage du niveau microscopique au niveau macroscopique et détermination de la couleur perçue

Pour passer du niveau microscopique au niveau macroscopique, un procédé vient naturellement à l'esprit : la réduction de l'image. Cette réduction est dans nos essais réalisée par un dispositif optique simple constituée d'une lunette de visée inversée. Partant d'un moniteur de télévision couleur ont sont affichées les simulations, on observe à-travers ce dispositif une image réduite de l'écran. Le rapport de



réduction est de l'ordre de 50 ( Figure 4 ).

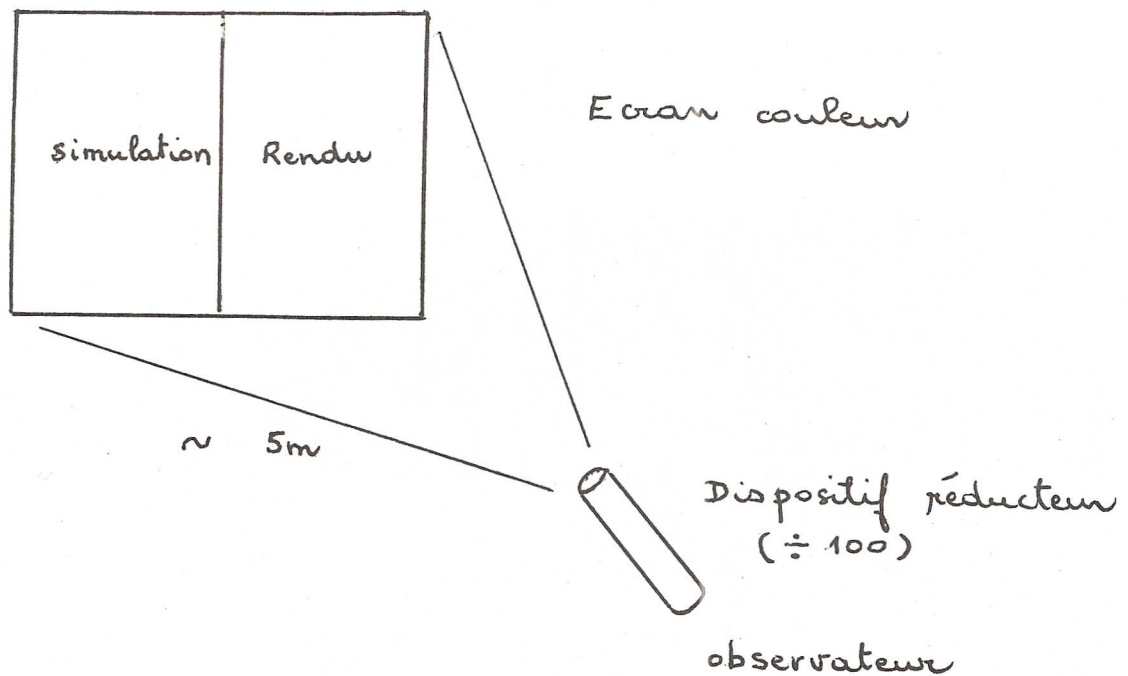


Figure 4 : Schéma du dispositif optique

Pour déterminer la couleur perçue, la procédure suivante a été utilisée :

L'écran du moniteur est divisé en deux parties. Sur la partie gauche, on réalise une simulation ( schéma Booléen ou mosaïque ) puis on observe cette simulation à l'aide du dispositif réducteur. On perçoit alors une couleur qui correspond au rendu macroscopique du mélange. Dans le même temps on affiche sur la partie droite de l'écran une couleur pure choisie dans la palette de couleurs du système. On modifie cette couleur de façon à ne plus discerner la transition entre les deux parties de l'écran lors de l'observation à-travers le dispositif réducteur. Un programme interactif nous permet de choisir la couleur désirée en utilisant aussi bien une représentation dans le système RVB que dans le système ITS ( encore appelé HLS dans la terminologie anglo-saxonne ). La faculté de pouvoir utiliser cette double représentation n'est pas négligeable car on

constate qu'il est en pratique difficile d'ajuster la couleur en restant uniquement dans un système de représentation ( Figure 5 ).

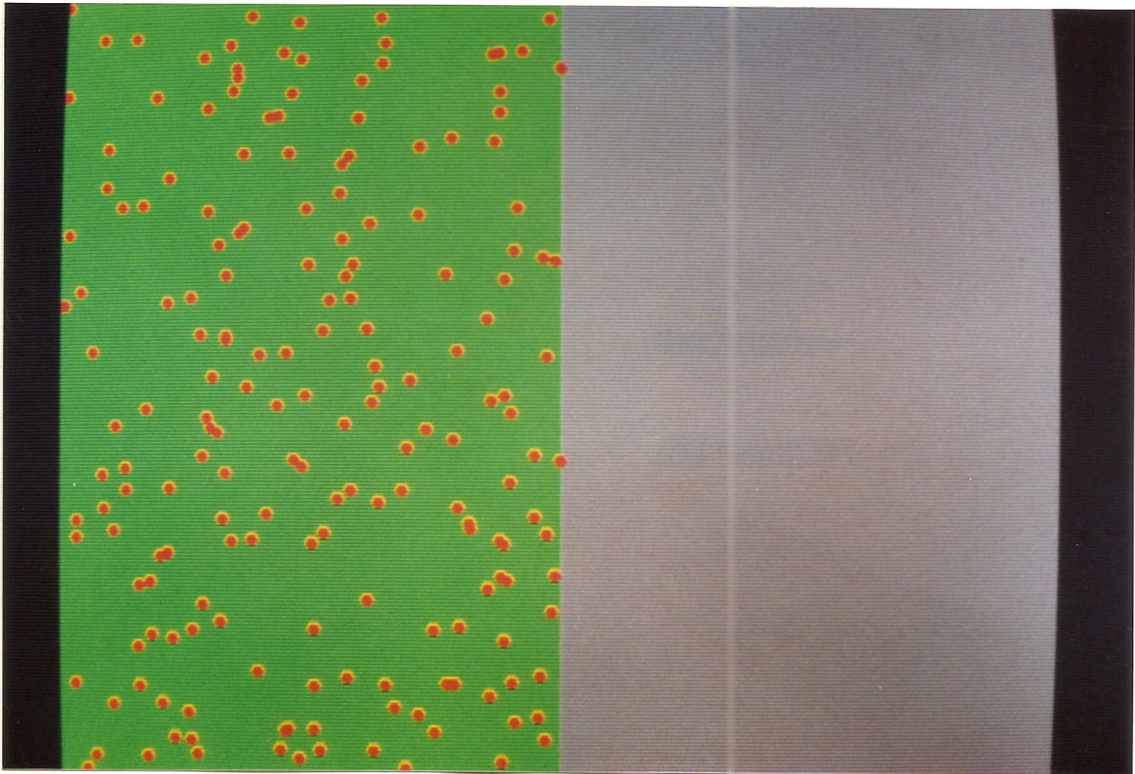


Figure 5 : Procédé de détermination du rendu de couleur

à gauche, la simulation ( ici, schéma Booléen )  
à droite, on affiche la couleur perçue

Notons que pour les mosaïques de petite taille, il n'est pas nécessaire d'avoir recours au dispositif optique puisque le motif est suffisamment fin pour ne pas être discernable. Cette propriété est particulièrement intéressante car elle permet de valider le procédé optique de réduction. En effet, l'observation de la mosaïque grossie à l'écran à-travers le dispositif optique montre un rendu de couleur identique à celui que l'on obtient directement sur le moniteur ( Figure 6 ).

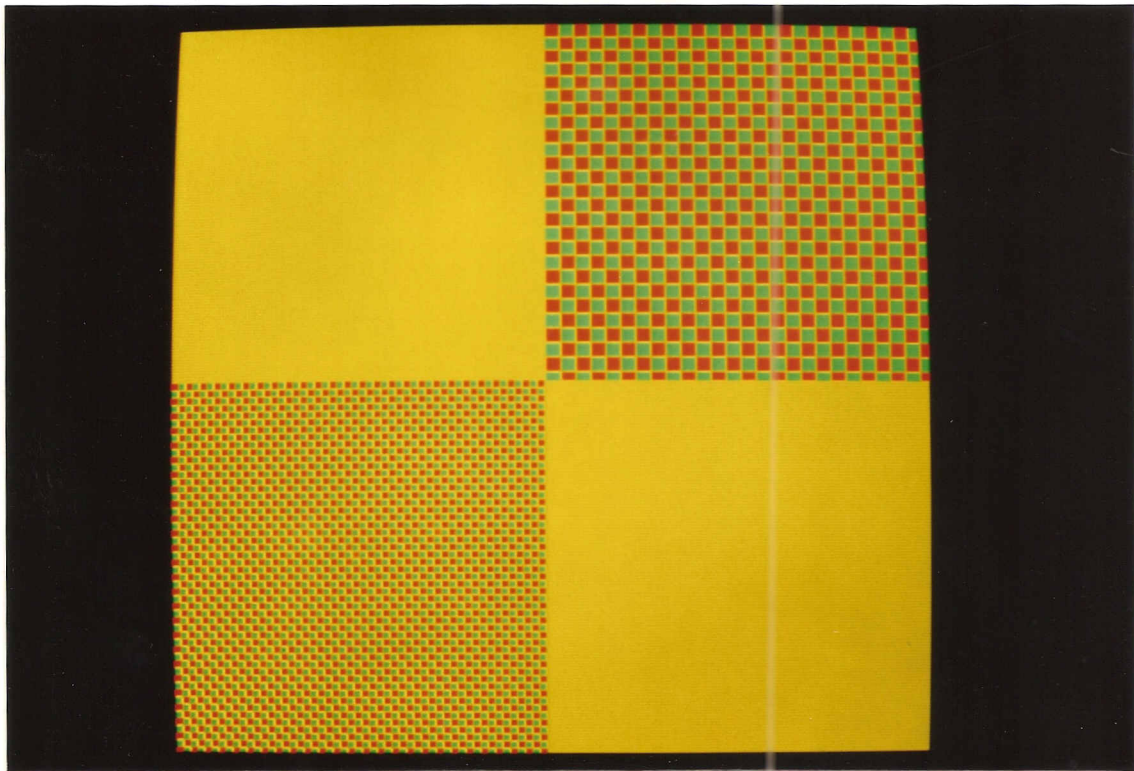


Figure 6 : Validation du rendu par réduction

en haut à droite : mosaïque de taille 10

en haut à gauche : mosaïque de taille 1

en bas à droite : couleur perçue pour la mosaïque de taille 1

en bas à gauche : mosaïque de taille 5

Tous ces motifs sont de même couleur à-travers le dispositif optique

### Description des expériences réalisées

Une première série d'expériences a été réalisée sur des mosaïques. Le but était d'évaluer sur des cas simples ( mélange de deux ou trois couleurs primaires ) le rendu de couleur du mélange. Soit une mosaïque constituée de deux couleurs  $C_1$  et  $C_2$  en proportions surfaciques respectives  $t_1$  et  $t_2$  ( $t_1 + t_2 = 1$ ). La couleur théorique obtenue si le mélange suivait les lois d'additivité serait alors :

$$C = t_1 C_1 + t_2 C_2$$



Les résultats des essais effectués afin de confirmer ou d'infirmier cette hypothèse sont donnés ci-dessous. Remarquons que jusqu'à présent les mosaïques utilisées avaient des proportions égales des différentes plages ( $t_i = t_j$ ). Dans une première phase, une des plages était noire, l'autre affectée soit d'une couleur primaire saturée soit blanche. La teinte théoriquement perçue devrait alors être identique d'après la formule précédente, la seule différence provenant de la luminance égale à la moitié de la luminance de la couleur  $C_1$  :

$$C = 1/2 C_1$$

La figure 7 montre les résultats obtenus.

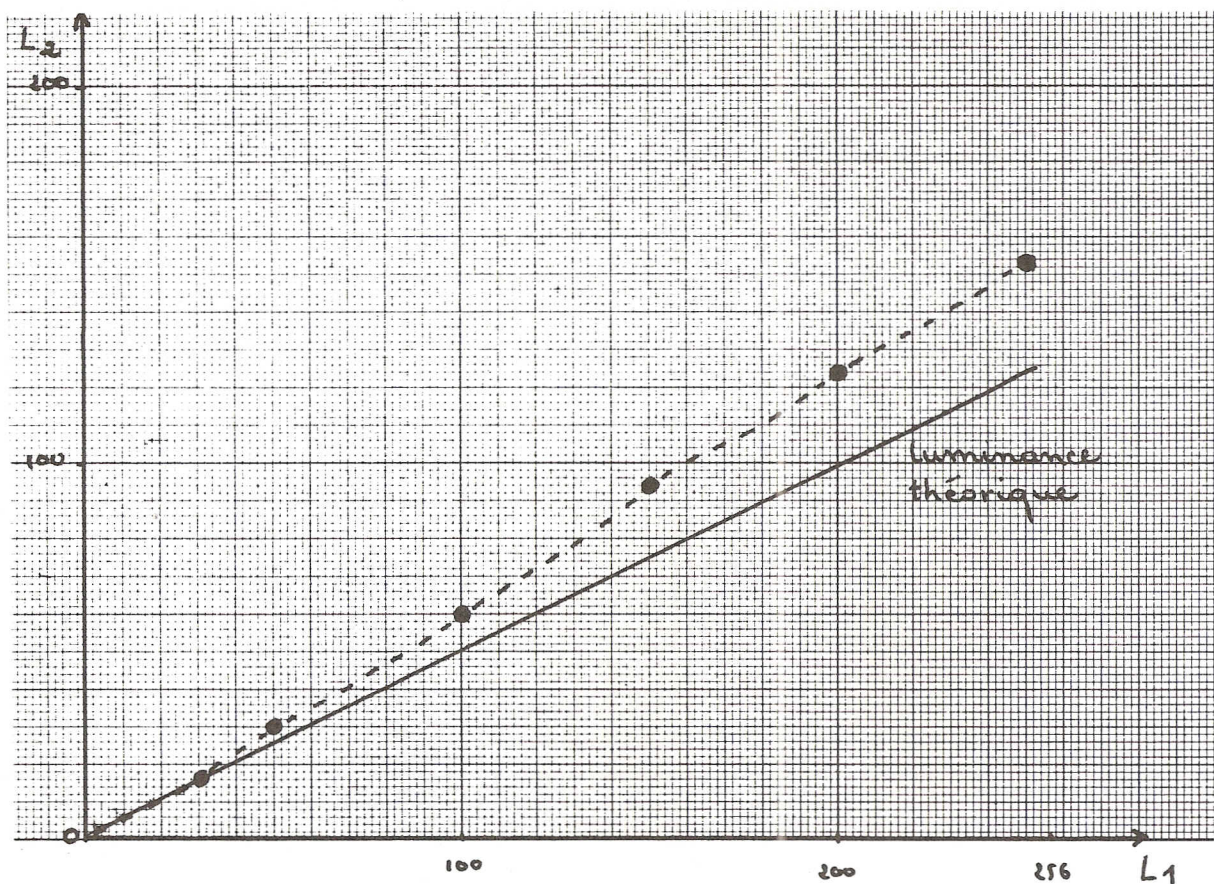


Figure 7 : Variations de luminance ( cas monochromatique )

Mosaïque composée de carrés noirs et colorés  
 L1, luminance de la couleur choisie  
 L2, luminance de la couleur perçue  
 en trait continu, luminance théorique calculée

On constate que dans tous les cas, la teinte est effectivement préservée mais que la luminance perçue est plus significativement plus



forte que la luminance calculée. De plus il est intéressant de constater que l'écart de luminance est le même quelque soit la couleur  $C_1$  choisie. L'écart est d'autant plus grand que la luminance de départ est plus forte.

Les planches A à C en annexe illustrent ces expériences. La planche A présente un modèle de mosaïque à trois plages de couleurs quelconques. La figure A-1 montre la mosaïque agrandie et la couleur perçue au niveau macroscopique. La figure A-2 présente la même mosaïque à sa taille normale et le rendu de couleur correspondant.

La planche B présente le même type de résultat quand la mosaïque est composée des trois couleurs primaires.

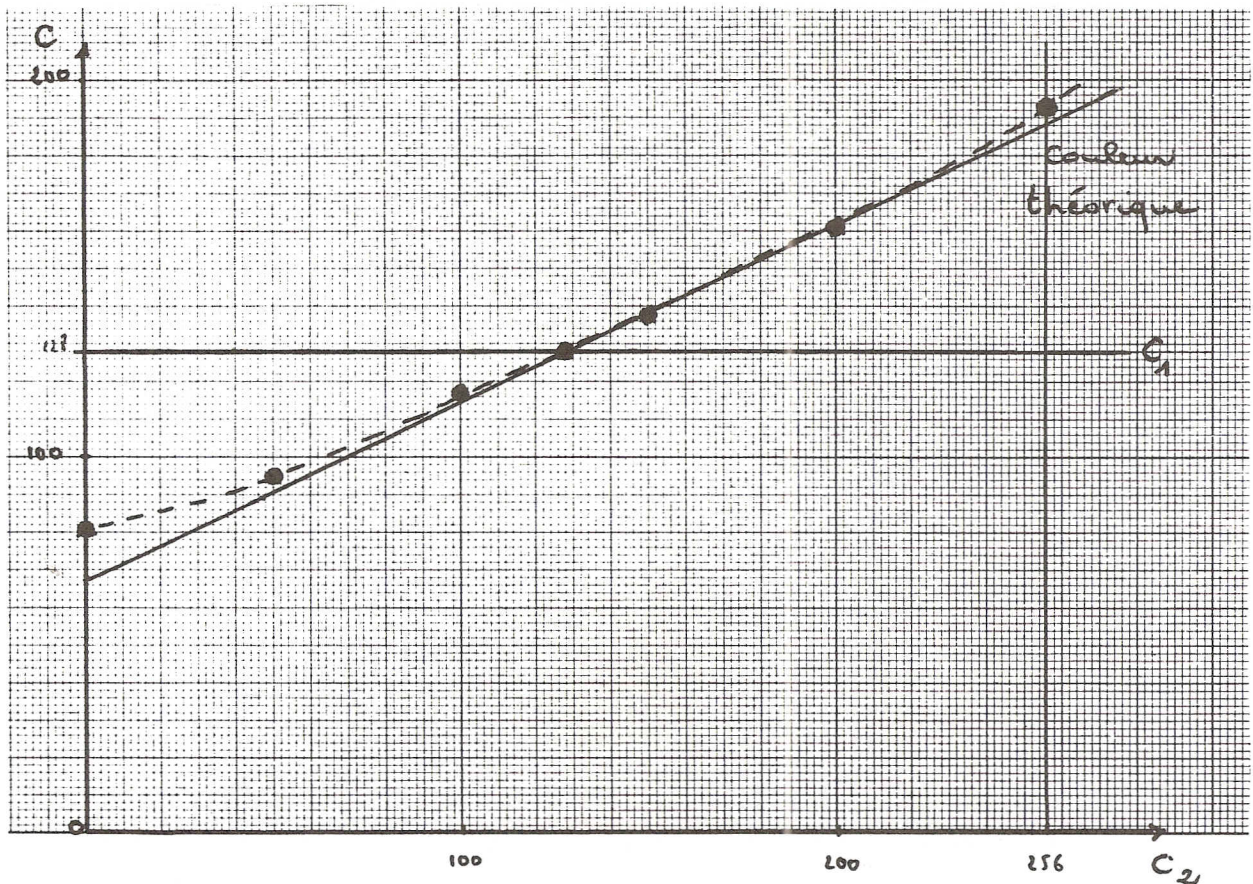


Figure 8 : Variations de luminance, fond gris

Mosaïque constituée de deux couleurs  $C_1$  et  $C_2$

$C_1$ , couleur constante

$C_2$ , luminance variable

en trait continu, la couleur théorique

en tireté, la couleur perçue

La planche C illustre les écarts entre la luminance observée et celle calculée théoriquement. La figure C-1 représente la mosaïque grossie, le



rendu et la luminance correspondant au calcul théorique. La figure C-2 présente une mosaïque dont chaque plage de couleur primaire a une luminance de 100, la couleur blanche de luminance égale et la couleur calculée.

Des essais similaires ont été faits en remplaçant la plage noire par une plage blanche de luminance moyenne. Les résultats ( Figure 8 ) montrent que la luminance perçue est supérieure ou égale à la luminance théorique.

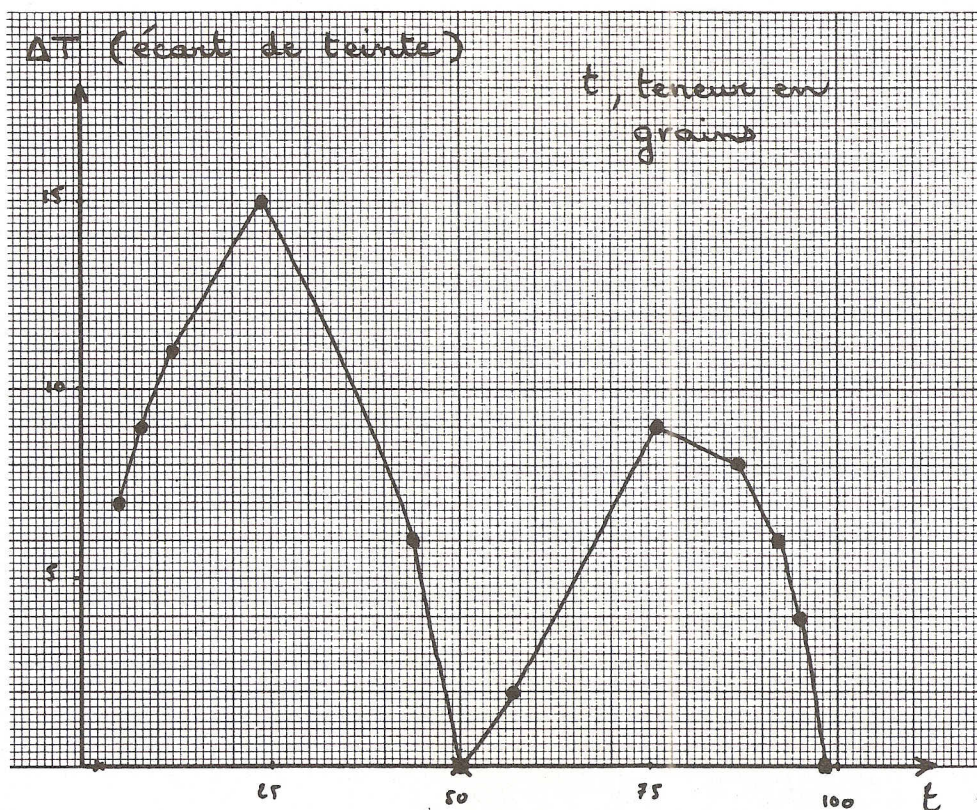


Figure 9 : Variations de teintes des modèles Booléens

Les deux couleurs choisies sont le rouge et le bleu

La deuxième série d'expérimentations mettait en oeuvre des schémas Booléens de boules de même taille et de même couleur ( une couleur primaire ) sur un fond uniforme également composé d'une couleur primaire. La densité de points Poissoniens est le seul paramètre de l'expérience. L'expérimentateur choisissait dans la palette de couleur la couleur la

plus proche de celle correspond au rendu de la simulation à-travers le dispositif optique réducteur. Il faut signaler que le rendu de couleur dans cette expérience est plus difficile à maîtriser du fait que la répartition des plages de couleur n'est pas homogène. Pour cette raison, on considérait être proche du rendu recherché lorsque la transition entre les parties gauche et droite de l'image n'était plus perceptible.

Les planches D et E en annexe ainsi que les tableaux 1 et 2 donnent les résultats obtenus pour différents choix de couleurs. On constate que là encore la luminance perçue est supérieure à la luminance théorique calculée comme dans le cas des mosaïques. De plus, à la différence des mosaïques, la teinte perçue est différente de la teinte théorique



Figure 10 : Rendu de couleur avec schéma des feuilles mortes

en haut à gauche : le schéma tricolore sur fond noir  
en haut à droite : la couleur perçue  
en bas : la couleur calculée

calculée. On remarque d'ailleurs que cette différence est plus marquée



pour des proportions de plage colorées situées aux alentours des 25 % ( Figure 9 ). La couleur a tendance à se déplacer vers la couleur de la forme. Autrement dit tout se passe comme si la quantité de taches perçue était supérieure à la quantité réelle ( Figures D-1 et D-2 ). On constate également que, bien que cette variation se fasse toujours dans le même sens, l'écart entre la teinte calculée et la teinte perçue dépend du choix des deux couleurs primaires. De plus le fond et les grains ne jouent pas un rôle symétrique ( Figures E-1 et E-2 ).

Enfin, quelques essais ont été entrepris en utilisant des schémas de feuilles mortes ( Figure 10 ). Ces essais montrent le même type de comportement.

$\theta$	t	$L_C$	$L_R$	$T_C$	$T_R$	$\Delta T$
100	2	98	100	240	240	0
200	5	95	100	242	249	7
300	8	92	100	245	254	9
500	12	88	100	248	259	11
1000	24	76	100	258	273	15
2000	43	57	85	284	289	5

Tableau 1 : rendus de couleur, mélanges Booléens

Grains rouges, fond bleu

$\theta$  est la densité du processus de Poisson

t est la teneur des grains

$L_C$  est la luminance théorique calculée

$L_R$  est la luminance réelle observée

$T_C$  est la teinte calculée

$T_R$  est la teinte macroscopique perçue

$\Delta T$  est l'écart de teinte (en coordonnées ITS )



$\theta$	t	$L_C$	$L_R$	$T_C$	$T_R$	$\Delta T$
100	2	98	100	239	239	0
200	5	95	100	236	230	6
300	8	92	100	234	228	6
500	12	88	100	231	225	6
1000	24	76	100	221	216	5
2000	43	57	78	194	191	3

Tableau 2 : rendus de couleur, mélanges Booléens  
Grains verts, fond bleu

$\theta$	t	$L_C$	$L_R$	$T_C$	$T_R$	$\Delta T$
100	2	98	100	0	0	0
200	5	95	100	356	0	4
300	8	92	100	354	0	6
500	12	88	100	351	343	8
1000	24	76	85	341	332	9
2000	43	57	70	315	313	2

Tableau 3 : rendus de couleur, mélanges Booléens  
Grains bleus, fond rouge

on comparera ce tableau avec le tableau 1

$\theta$	t	L <sub>C</sub>	L <sub>R</sub>	T <sub>C</sub>	T <sub>R</sub>	$\Delta T$
100	2	98	100	119	119	0
200	5	95	100	116	110	6
300	8	92	100	114	105	9
500	12	88	93	111	99	12
1000	24	76	85	101	89	12
2000	43	57	62	74	71	3

Tableau 4 : rendus de couleur, mélanges Booléens  
Grains rouges, fond vert

Interprétation des résultats et suite de l'étude

Ces premières expériences montrent que, comme on le supposait, les lois de synthèse de la couleur par mélange de plages colorées sont différentes des lois de synthèse par addition des couleurs. Il n'est cependant pas encore possible de cerner quantitativement ces lois. En effet comme on a pu le constater, il existe une assez grande variabilité dans les résultats même si les effets perçus vont toujours dans le même sens. De plus de nombreux phénomènes sont encore assez mal contrôlés. C'est le cas en particulier du procédé de réduction utilisé, mais aussi de l'usage de moniteurs de télévision pour afficher des couleurs. En effet, comme nous le disions plus haut, un moniteur de télévision synthétise des couleurs par juxtaposition de luminophores. Il peut donc paraître aventureux d'assimiler ce moyen de visualisation à un procédé de synthèse par addition.

La poursuite de l'étude visera à affiner les premiers résultats par une statistique plus grande afin de mieux calibrer les écarts constatés. De la même façon, l'effet de certaines variables devra être étudié, en particulier la taille des grains dans les modèles Booléens, ou des proportions différentes de carrés de même couleur dans les modèles de mosaïques.

Afin de mettre un terme aux incertitudes apportées par le passage du

niveau microscopique au niveau macroscopique, une solution consisterait à utiliser des pigments réels de texture simple ( poudres colorées ). La couleur perçue macroscopiquement pourrait être quantifiée à l'aide d'une caméra couleur, ou d'une caméra noir et blanc munie de filtres colorés. L'observation grossie du mélange permettrait d'estimer la couleur des différents constituants. On remplacerait ainsi le passage du niveau microscopique au niveau macroscopique par un passage inverse.

Il est encore prématuré de fournir une interprétation définitive des résultats obtenus. Cependant il apparaît que la luminance perçue étant plus forte que la luminance calculée, il peut être intéressant d'envisager des modèles explicatifs basés sur une augmentation de la taille des différentes plages de couleur. Chaque tache serait perçue avec une surface supérieure à celle qu'elle a réellement. Cette augmentation ne serait pas simplement linéaire mais conditionnée pour chaque plage par son environnement, comme l'attestent les observations faites dans les modèles aléatoires. Les taches de couleur sont vues plus grandes qu'elles ne le sont, puisque la teinte rendue est différente de la teinte calculée, l'écart étant toujours dans le sens de la couleur des grains. Cette modélisation pourrait se faire par le biais de dilatations de différentes phases colorées, dilatations dépendant localement de l'environnement de chaque tache.

Enfin, on peut remarquer que les écarts de luminance observés lors des différentes expériences réalisées sont identiques quelque soient les couleurs primaires choisies, ce qui s'explique si on se souvient que les résultats les plus récents de la physiologie de la vision prouvent que celle-ci est bien trichromatique, la rétine étant composée de cônes sensibles au rouge, d'autres au vert et d'autres au bleu.

#### Références

- [1] FOURNEL T. : De la couleur... ; Rapport de stage de D.E.A., Centre de Morphologie Mathématique, ENMP, Septembre 1987.



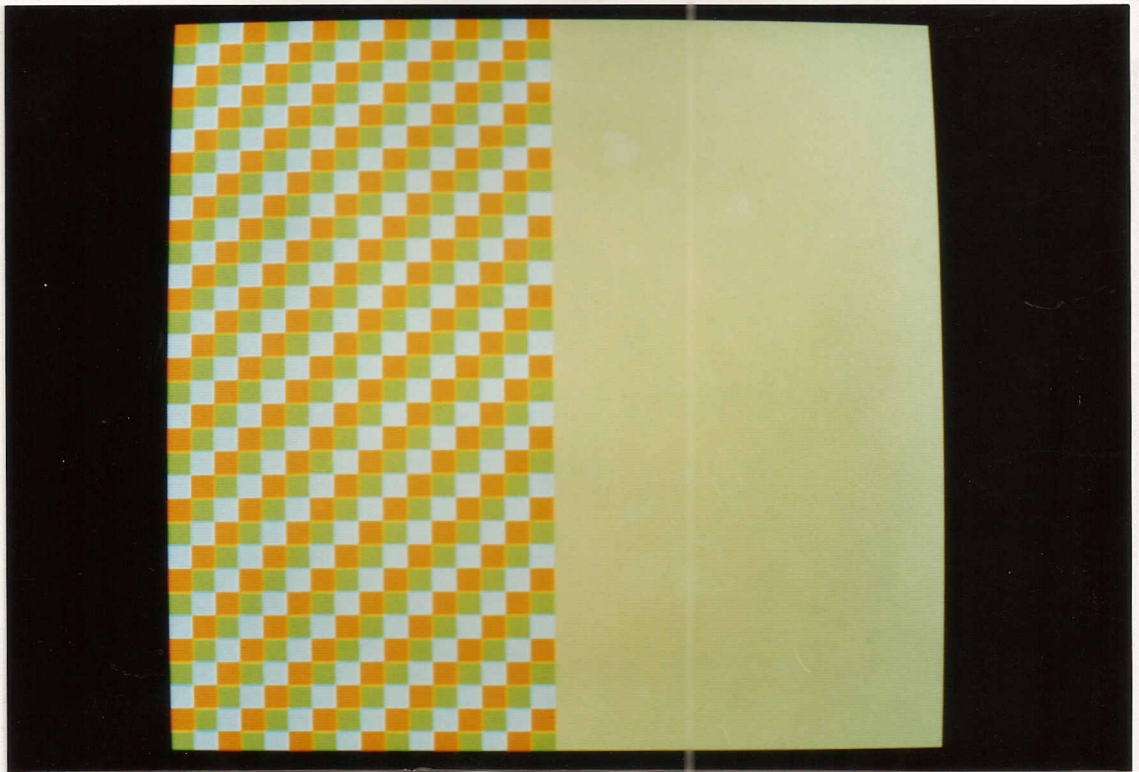
## ANNEXE

On trouvera en annexe quelques planches illustrant les essais effectués. Ces expériences ont été entreprises sur deux systèmes d'analyse d'images : Un système DPS 7 équipé d'une console COLORIX et d'un moniteur couleur BARCO, et un analyseur d'images MORPHOPERICOLOR connecté à un moniteur couleur EIZO. Ces deux systèmes sont équipés de palettes de couleur qui permettent un choix de couleurs suffisant.

Les photographies illustrant ce rapport présentent des couleurs très différentes par rapport aux couleurs perçues lors de la prise de vue. Il est donc impossible de retrouver sur ces images les effets et les variations décrits dans le compte-rendu d'expérience.



(1)



(2)

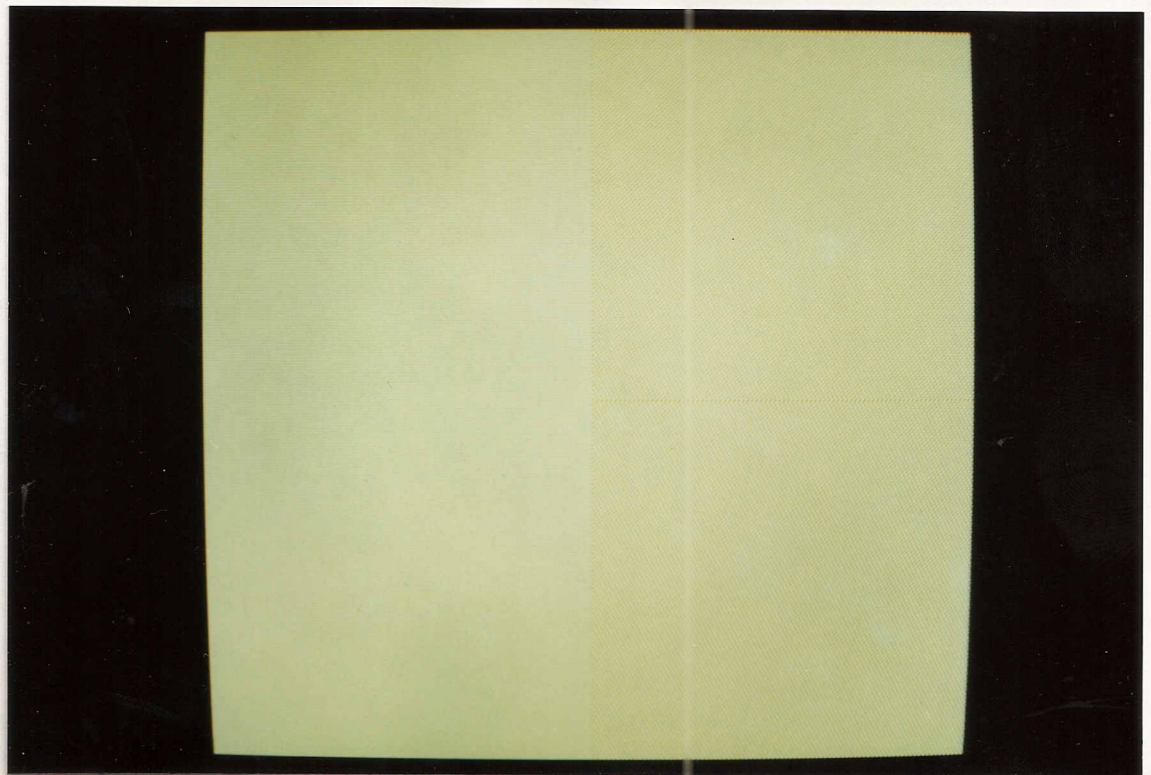
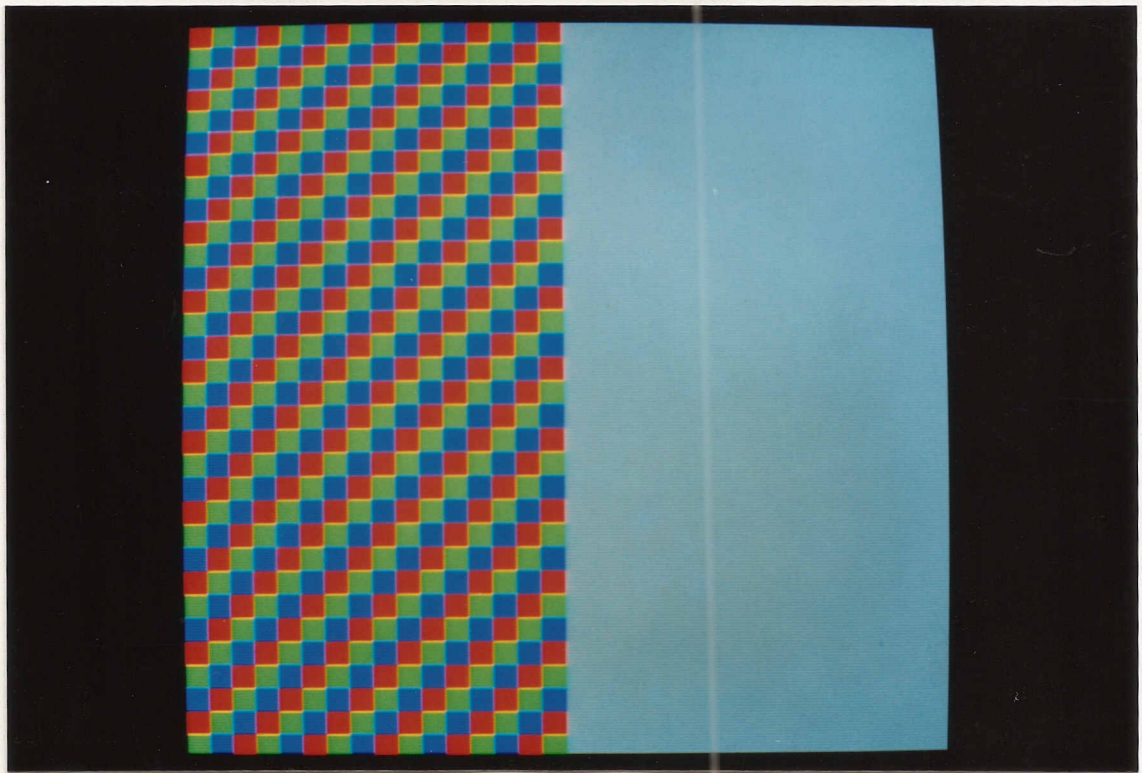


Planche A : Mosaïque à trois plages de couleurs

(1)



(2)

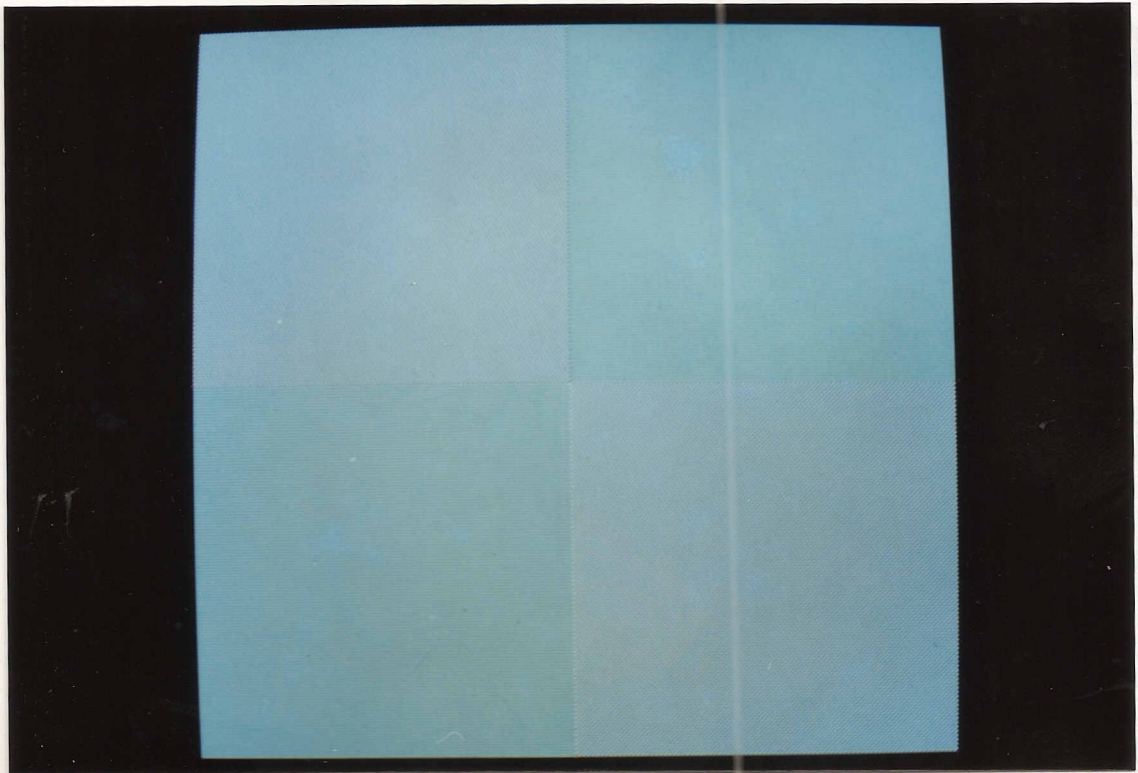
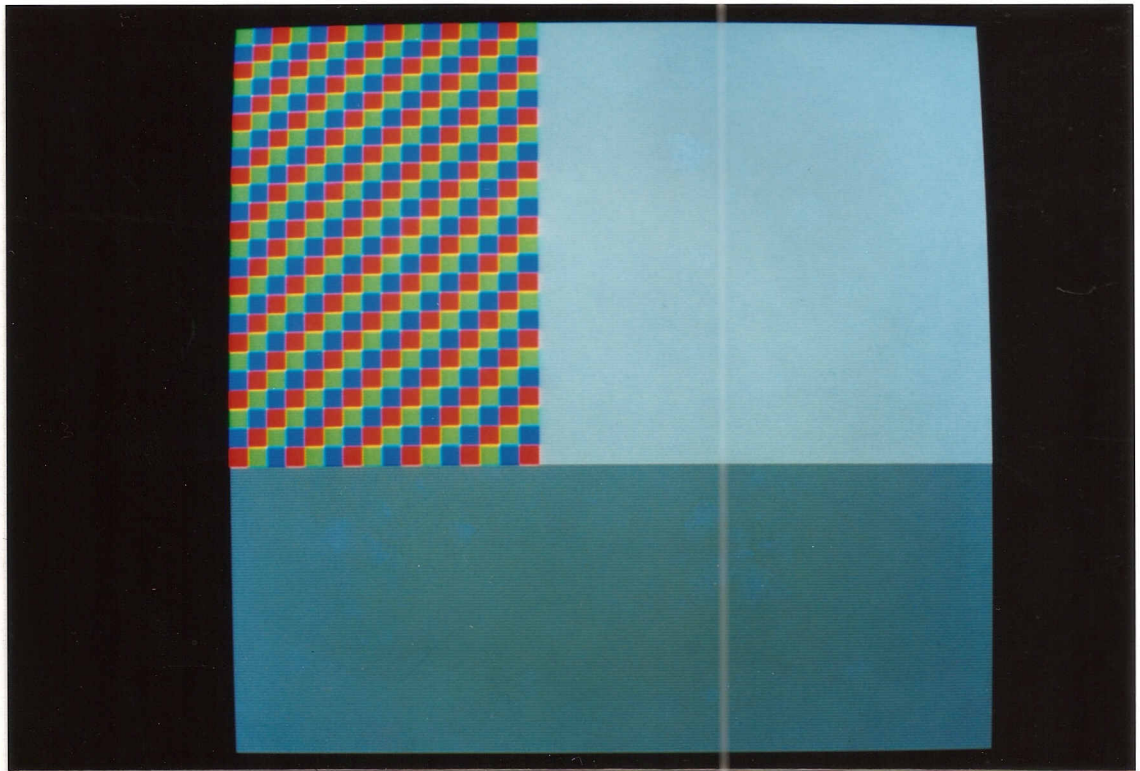


Planche B : Mosaïque à trois plages de couleurs primaires



(1)



(2)

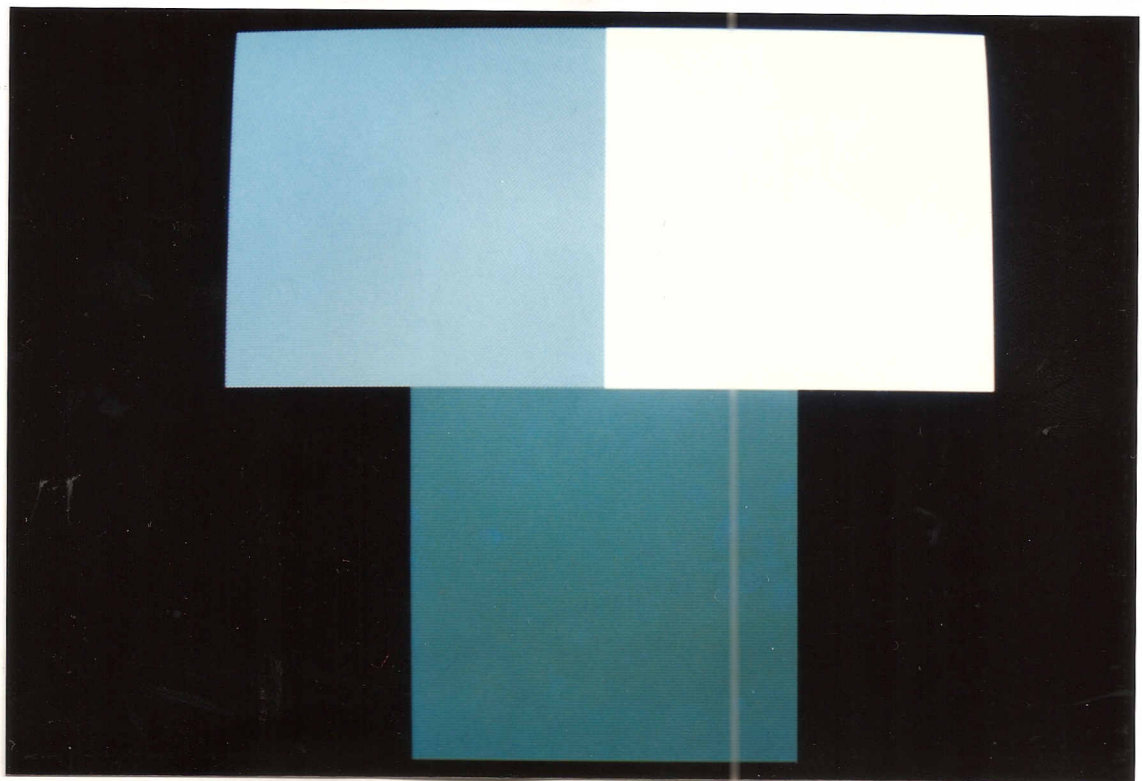
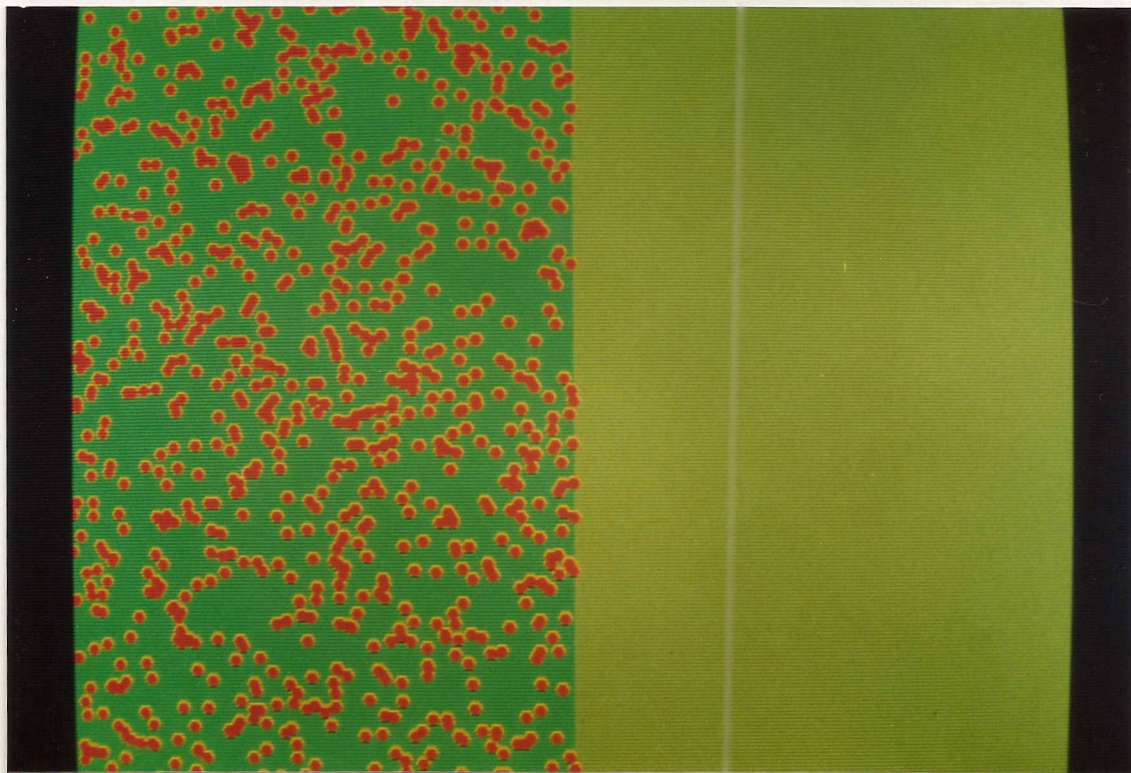


Planche C : Variations de luminance



(1)



(2)

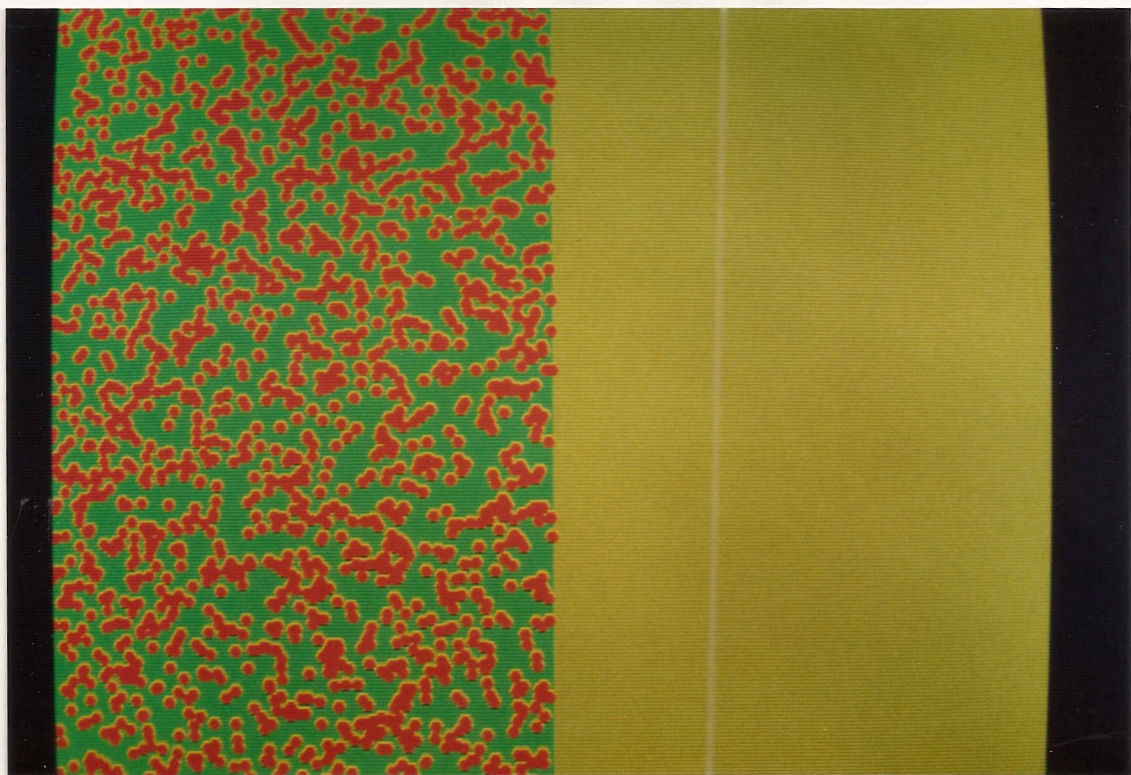
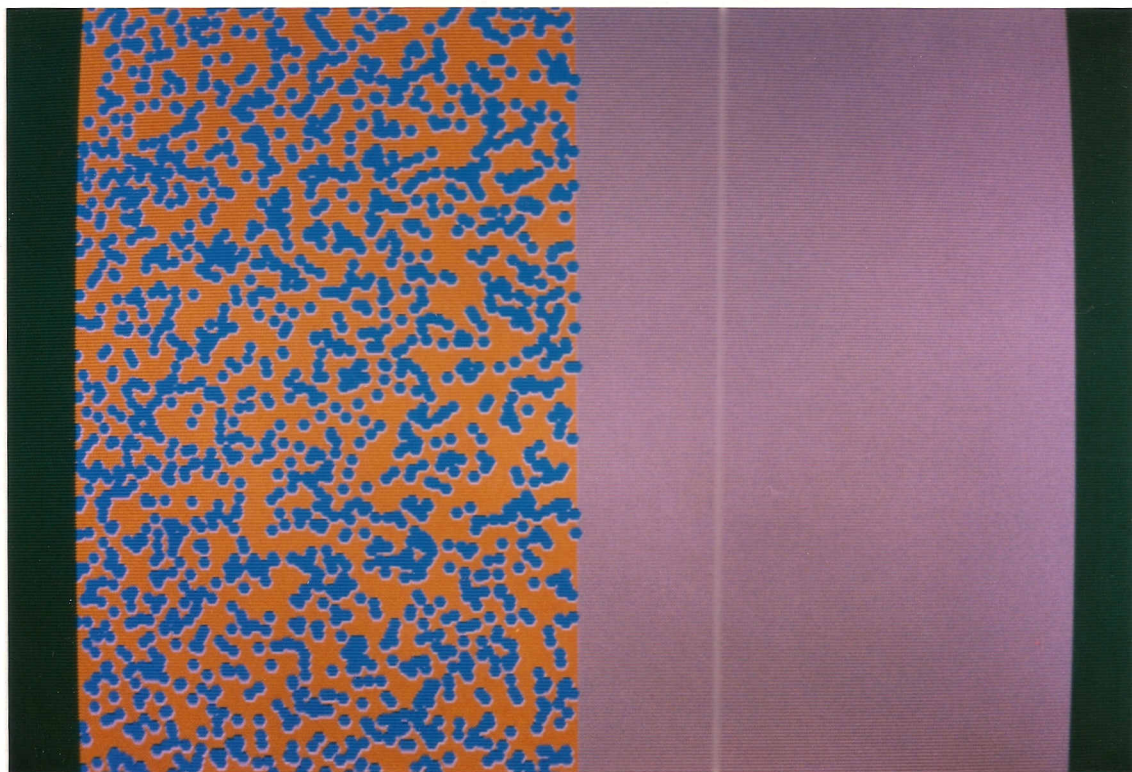


Planche D : Mélange de couleurs simulé par schéma Booléen



(1)



(2)

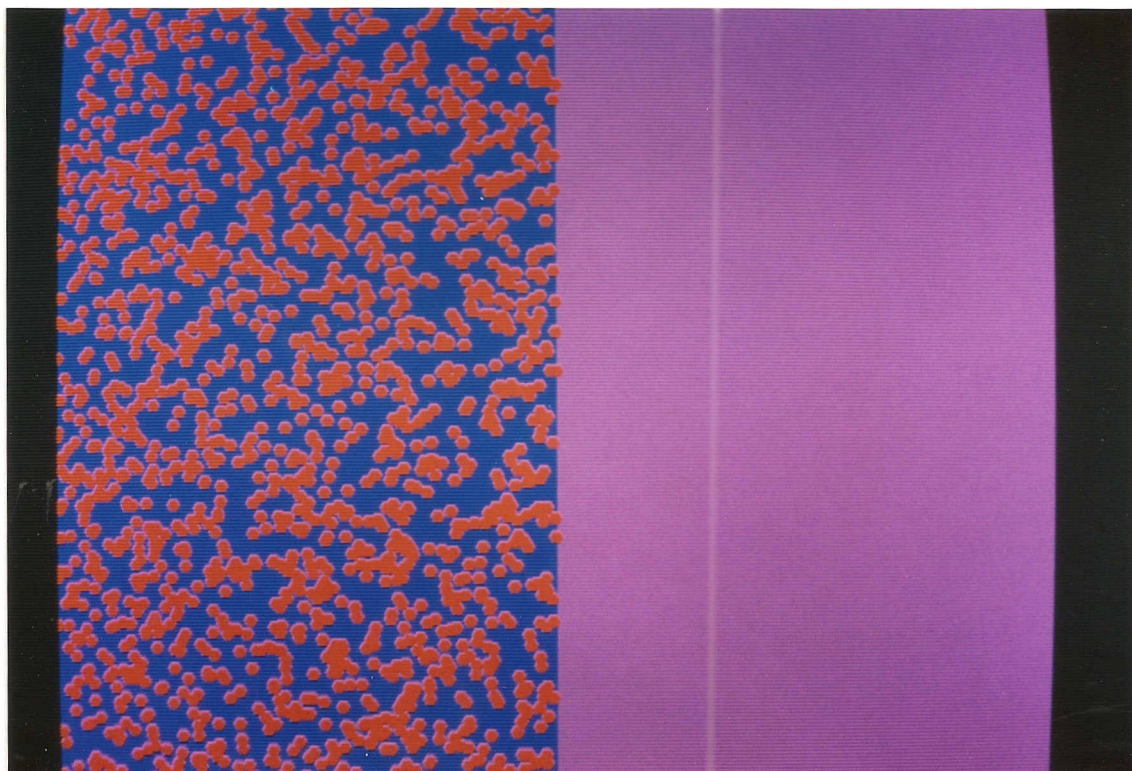


Planche E : Schémas Booléens, autre exemple