

**SEGMENTATION D'IMAGE
&
MORPHOLOGIE
MATHÉMATIQUE**

Cours du Master OIV, St Etienne

Serge BEUCHER

CMM
Mines ParisTech
Janvier 2010

REMARQUES PRELIMINAIRES



- Il n'y a pas de définition générale de la segmentation d'image

- L'approche morphologique de la segmentation est pragmatique

- Néanmoins, cette approche propose une méthodologie de la segmentation, un « guide d'utilisation » des outils de la segmentation

- Il est important de garder à l'esprit les diverses propriétés de ces outils pour éviter quelques pièges. Leur implantation doit être aussi précise que possible pour garantir des résultats de qualité

DE QUOI SERA-T-IL QUESTION?

- **La ligne de partage des eaux, l'outil de segmentation en MM**
 - **Definition, description**
 - **Comment la construire**
 - **Biais, problèmes, inexactitudes**
- **Comment segmenter avec la LPE**
 - **L'idée initiale**
 - **Pourquoi cela ne marche pas bien**
 - **La LPE contrôlée par marqueurs**
 - **La boîte à outils de segmentation et son manuel d'utilisation**
 - **Outils anciens et récents**
- **Segmentation hiérarchique**
 - **L'algorithme des cascades**
 - **L'algorithme P**

**EXEMPLES
D'APPLICATIONS**

Mais avant cela, rappel de morphologie mathématique...

RAPPELS DE MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

La morphologie mathématique, c'est :

- **Une méthodologie de traitement d'images basée sur des concepts ensemblistes**
- **Des briques de base (opérateurs élémentaires)**
- **Un assemblage des opérateurs produisant des opérateurs de plus en plus complexes**
- **Un contexte mathématique varié**
- **Un ensemble d'outils d'analyse d'images applicables dans de nombreux domaines**
- **Des bibliothèques de traitement d'images réunissant ces deux fonctionnalités (boîte à outils et mode d'emploi) de la MM**

LES BRIQUES ELEMENTAIRES

Les objets d'étude sont les ensembles $X \subseteq E$. La morphologie mathématique les décrit en associant à tout $x \in E$ un ensemble test B muni d'une origine et appelé élément structurant.

Deux types d'événements peuvent être testés lorsque l'élément structurant B balaie l'espace E :

- L'élément structurant B coupe-t-il l'ensemble X ?

 DILATATION

- L'élément structurant B est-il inclus dans l'ensemble X ?

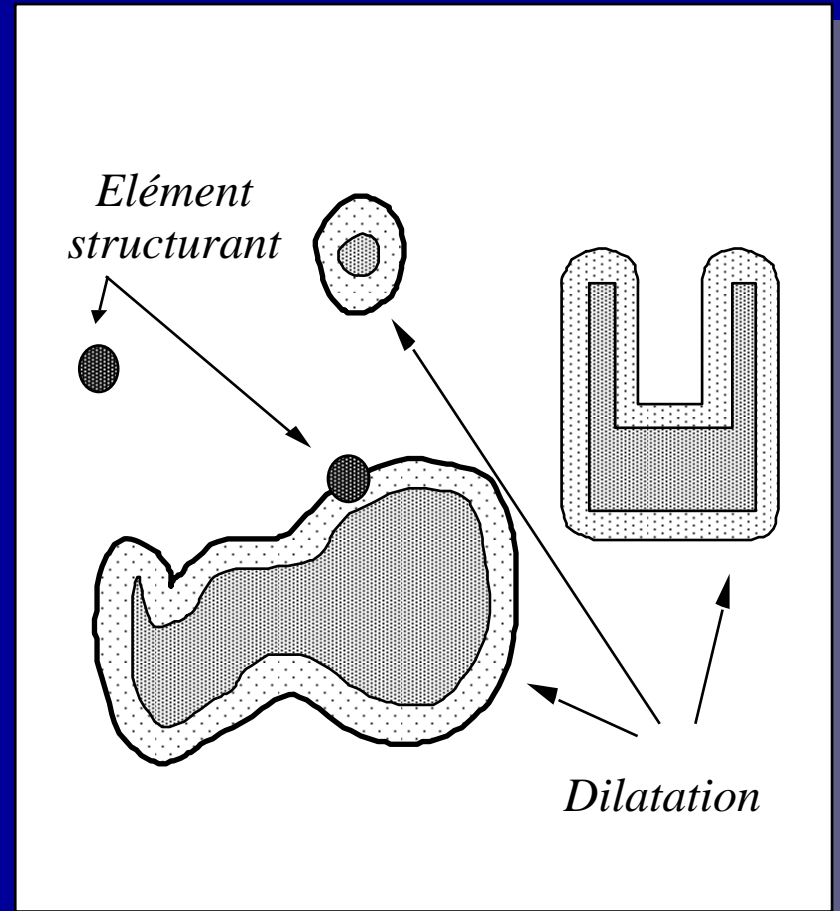
 EROSION

LA DILATATION

Le dilaté de X par B est le lieu des implantations de l'origine z de l'élément structurant B_z quand celui-ci rencontre X :

$$\delta_B(X) = \{z: B_z \cap X \neq \emptyset\}$$

Le dilaté de X par B est également noté $X \oplus \overset{\vee}{B}$ (addition de Minkowski de X par le transposé de B)



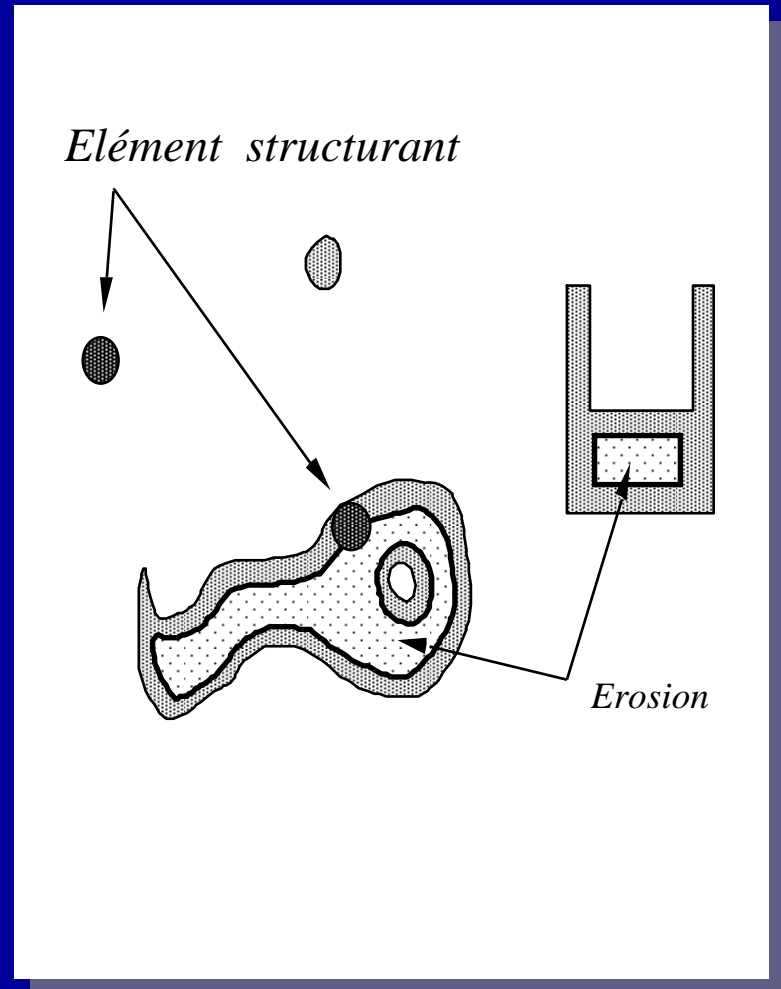
L'ÉROSION

L'érosion de X par B est le lieu des positions de l'origine z de l'élément structurant B_z quand celui-ci est inclus dans X :

$$\varepsilon_B(X) = \{ z : B_z \subset X \}$$

On écrit parfois l'érosion sous la forme $X \ominus B$, soustraction de Minkowski de X par le transposé de B

Erosion et dilatation sont deux transformations duales.

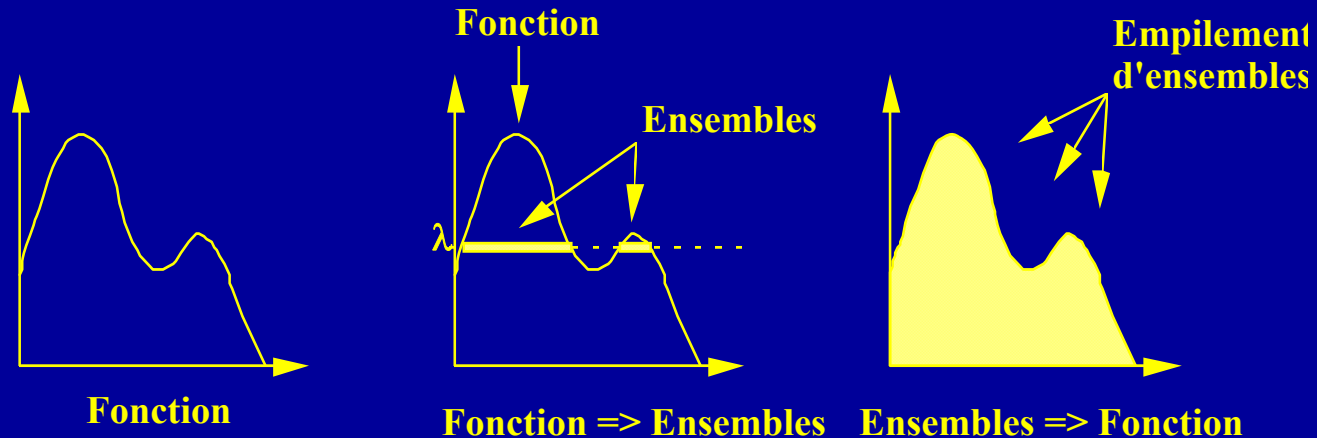


EXTENSION AUX FONCTIONS

Toute fonction numérique f sur un ensemble E peut être considérée de manière équivalente comme une pile d'ensembles décroissants. Chaque ensemble est la section du sous-graphe de f par le plan de cote λ :

$$X_f(\lambda) = \{ x \in E, f(x) \geq \lambda \} \Leftrightarrow f(x) = \sup \{ \lambda : x \in X_f(\lambda) \}$$

Pour toute fonction f , on a : $\lambda \geq \mu \Rightarrow X_f(\lambda) \subset X_f(\mu)$



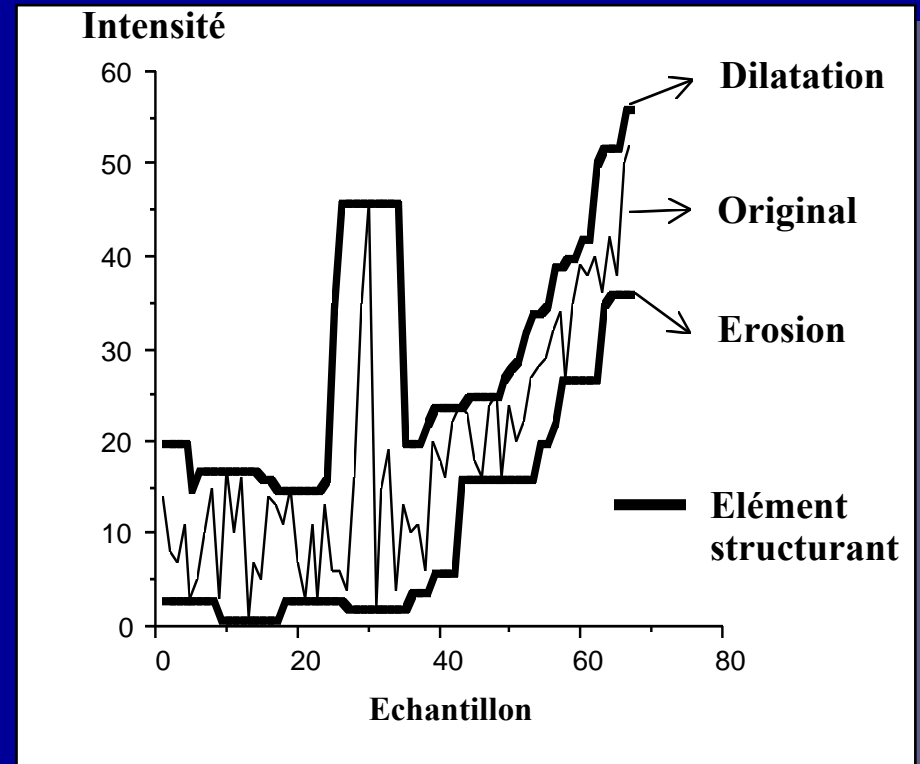
EROSION & DILATATION NUMERIQUES

En dilatant ou en érodant chaque section $X_f(\lambda)$ d'une fonction f par un même élément structurant B , on engendre sur f une dilatation ou une érosion, dite planaire.

Leurs expressions sont données par les formules suivantes:

$$\delta_B(f) = (f \oplus \overset{\vee}{B})(x) = \sup \{ f(y), y \in B_x \}$$

$$\varepsilon_B(f) = (f \ominus \overset{\vee}{B})(x) = \inf \{ f(y), y \in B_x \}$$



ELABORATION D'OPERATEURS COMPLEXES

De nombreux opérateurs complexes peuvent être construits par assemblage d'opérateurs de base et appliqués sur des images binaires, à niveaux de gris, couleur, en 2D, 3D, 4D, sur des images en mouvement:

- **Ouvertures, fermetures, filtres**
- **Transformations en « Tout-ou-Rien » (HMT), épaisissements, amincissements, squelettes**
- **Opérateurs de contraste**
- **Opérateurs résiduels**
- **Opérateurs de segmentation**
- **Etc.**

PROPRIETES DES TRANSFORMATIONS

- **Croissance**

$$X \subset Y \Rightarrow \psi(X) \subset \psi(Y)$$

- **Extensivité/anti-extensivité**

$$X \subset \psi(X)$$

$$\psi(X) \subset X$$

- **Idempotence**

$$\psi(\psi(X)) = \psi \circ \psi(X) = \psi(X)$$

CONNEXITE, COMPOSANTES CONNEXES

Ensemble connexe

Un espace topologique X est connexe s'il n'est pas la réunion de deux ouverts non vides disjoints (ou de deux fermés non vides disjoints).

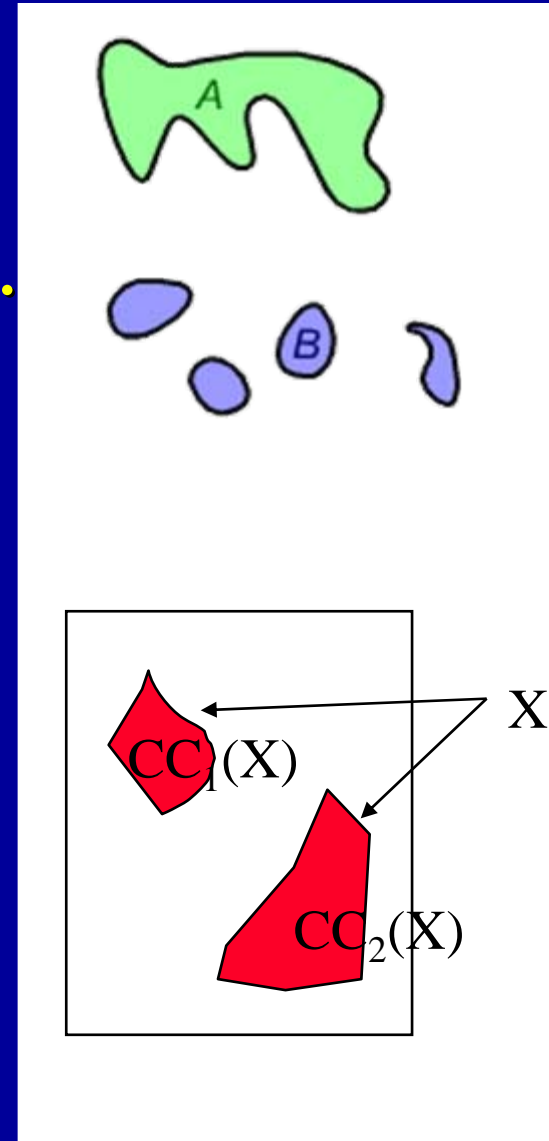
Ensemble connexe par arcs

Un ensemble X est connexe par arcs si et seulement si tout couple de points de X est relié par un chemin. Une partie Y de E est connexe par arcs si et seulement si tout couple de points de Y est relié par un chemin restant dans Y .

Composante connexe

La plus grande partie connexe d'un ensemble X contenant un point x s'appelle composante connexe C_x de x dans X .

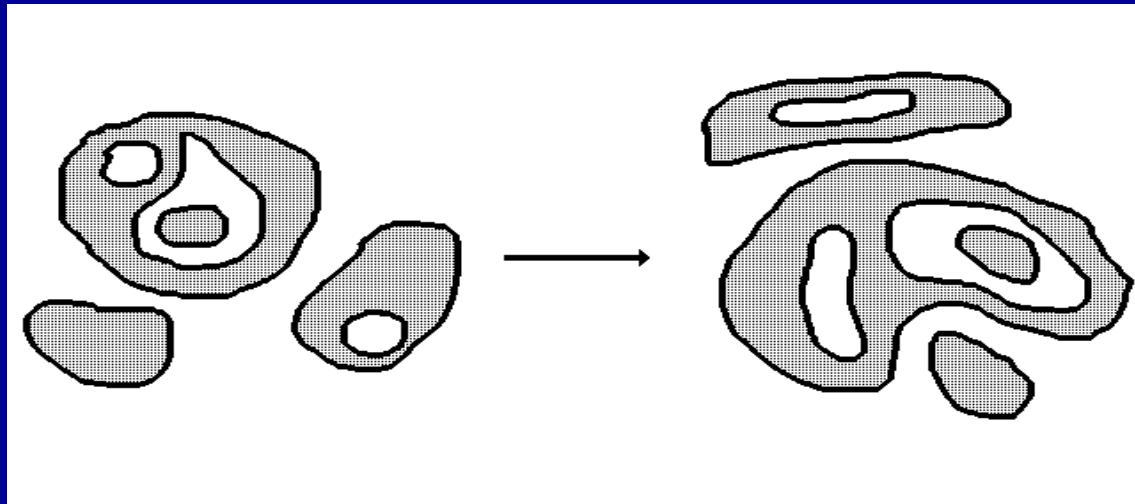
« être connecté » définit une relation d'équivalence.



HOMOTOPIE, TRANSFORMATIONS HOMOTOPIQUES

Une transformation ψ est homotopique si l'ensemble de départ X et d'arrivée $Y = \psi(X)$ sont homotopes c'est-à-dire s'il existe une transformation bicontinue pour passer de l'un à l'autre, telle que :

- chaque composante connexe de X contient le même nombre de trous que son transformé Y ,
- chaque trou de X contient le même nombre de composantes connexes que son transformé Y .

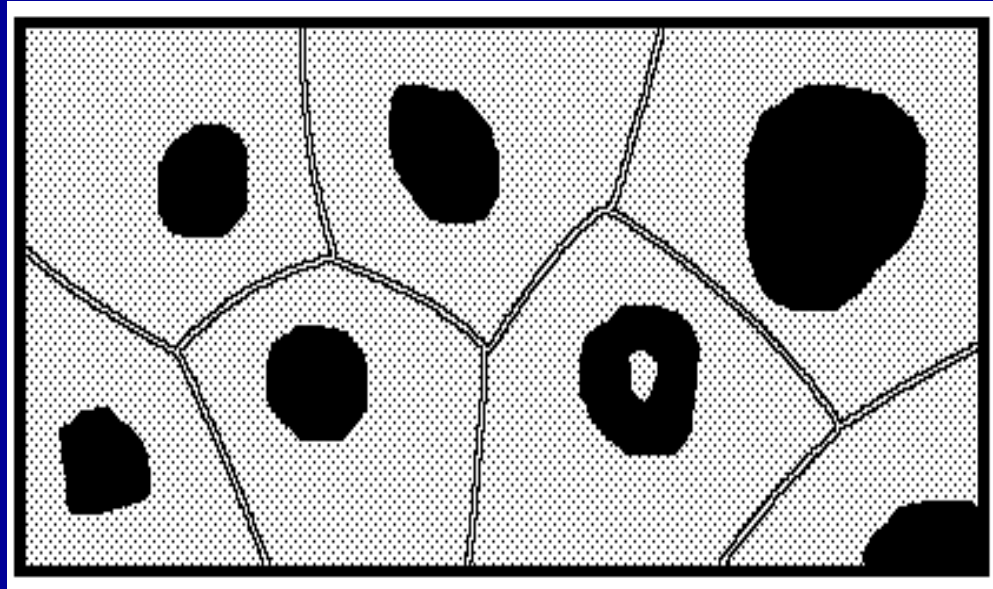


L'homotopie décrit l'organisation des composantes connexes et des trous entre eux.

ZONES D'INFLUENCE (SKIZ)

- X , ensemble formé de n composantes connexes $\{X_i\}$
- Zone d'influence $Z(X_i)$ de X_i : ensemble des points plus proches de X_i que de toute autre composante connexe de X :

$$z(X_i) = \{x : \forall j \neq i, d(x, X_i) < d(x, X_j)\}$$



Le SKIZ peut être construit à l'aide d'épaississements

LES OPERATEURS GEODESIQUES

En MM, les éléments structurants peuvent être définis de différentes manières:

- **Par leur géométrie**
- **De façon explicite (liste de points)**
- **A l'aide d'une distance :**

$$B_{\lambda}(z) = \{y, d(z,y) \leq \lambda\}$$

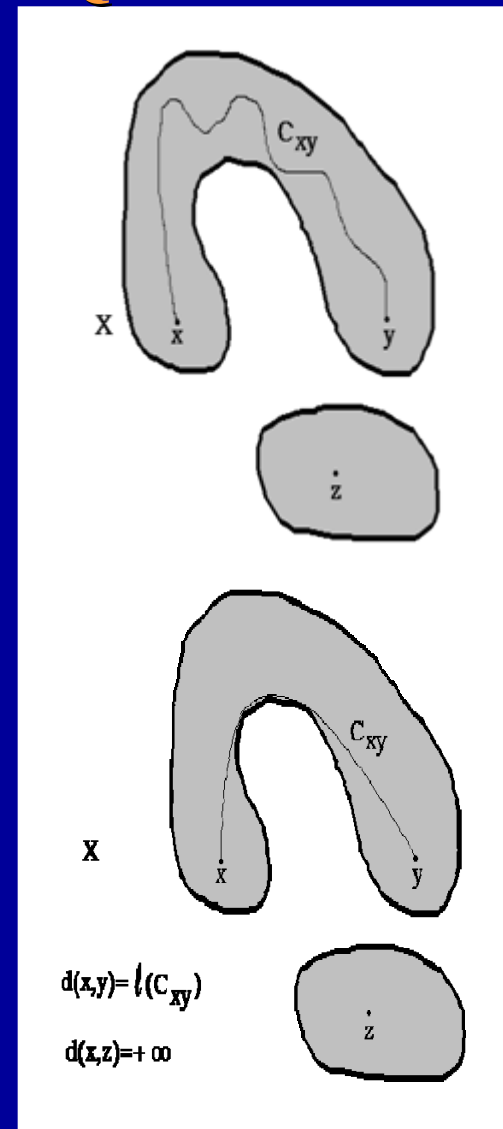
- ➔ **Trivial lorsqu'on utilise la distance euclidienne**
- ➔ **Beaucoup plus intéressant lorsqu'on utilise une distance non euclidienne (géodésique)**

CHEMIN & DISTANCE GEODESIQUES

Si X est un espace topologique et si x et y sont deux points de X , on appelle chemin d'origine x et d'extrémité y toute application continue $\gamma [0,1] \rightarrow E$ telle que $\gamma(0)=x$ et $\gamma(1)=y$.

La distance géodésique $d_X: E \times E \rightarrow \mathbb{R}^+$, est définie dans l'espace géodésique X par:

- $d_X(x,y) = \text{Inf. des longueurs des chemins d'extrémités } x \text{ et } y \text{ inclus dans } X$
- $d_X(x,y) = +\infty$, si aucun chemin n'existe

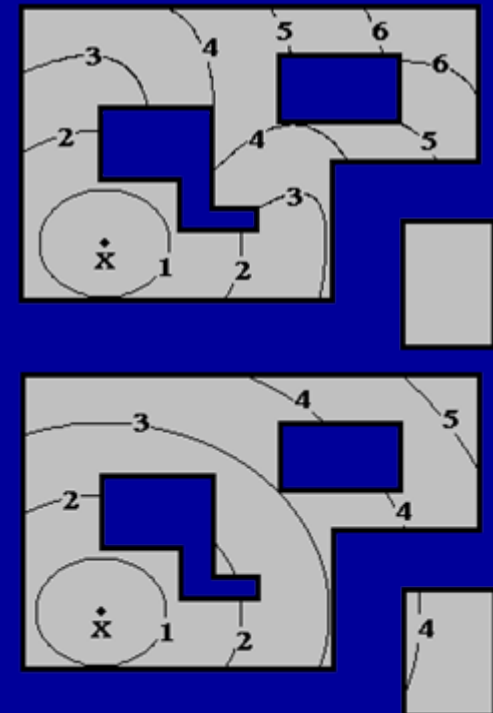
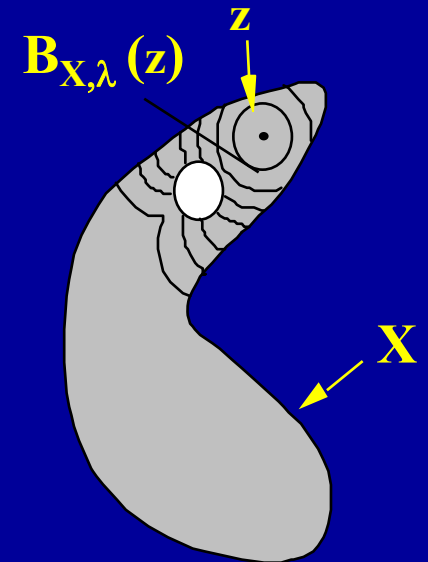


BOULES GEODESIQUES

- L'introduction d'une distance géodésique permet de définir la notion de boule géodésique:

$$B_{X,\lambda}(z) = \{y, d_X(z,y) \leq \lambda\}$$

- Quand le rayon r augmente, la frontière des boules dessine un front de propagation dans le médium X .
- Pour un rayon λ donné, les boules $B_{X,\lambda}$ peuvent s'interpréter comme des éléments structurants dont la forme varie de place en place.



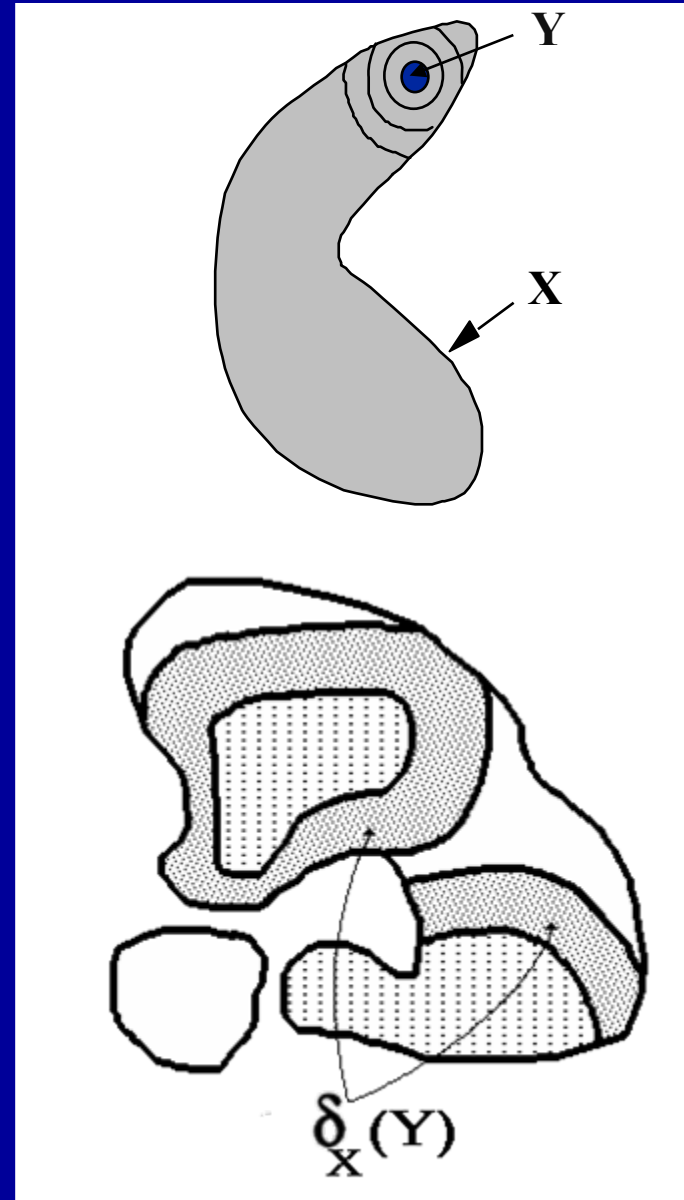
DILATATION GEODESIQUE ENSEMBLISTE

La dilatation géodésique de taille λ de Y dans l'espace géodésique X est définie par:

$$\delta_{X,\lambda}(Y) = \cup \{B_{X,\lambda}(y), y \in Y\}$$

$$\delta_{X,\lambda}(Y) = \{y \in Y : B_{X,\lambda}(y) \cap Y \neq \emptyset\}$$

δ est croissante et extensive



EROSION GEODESIQUE

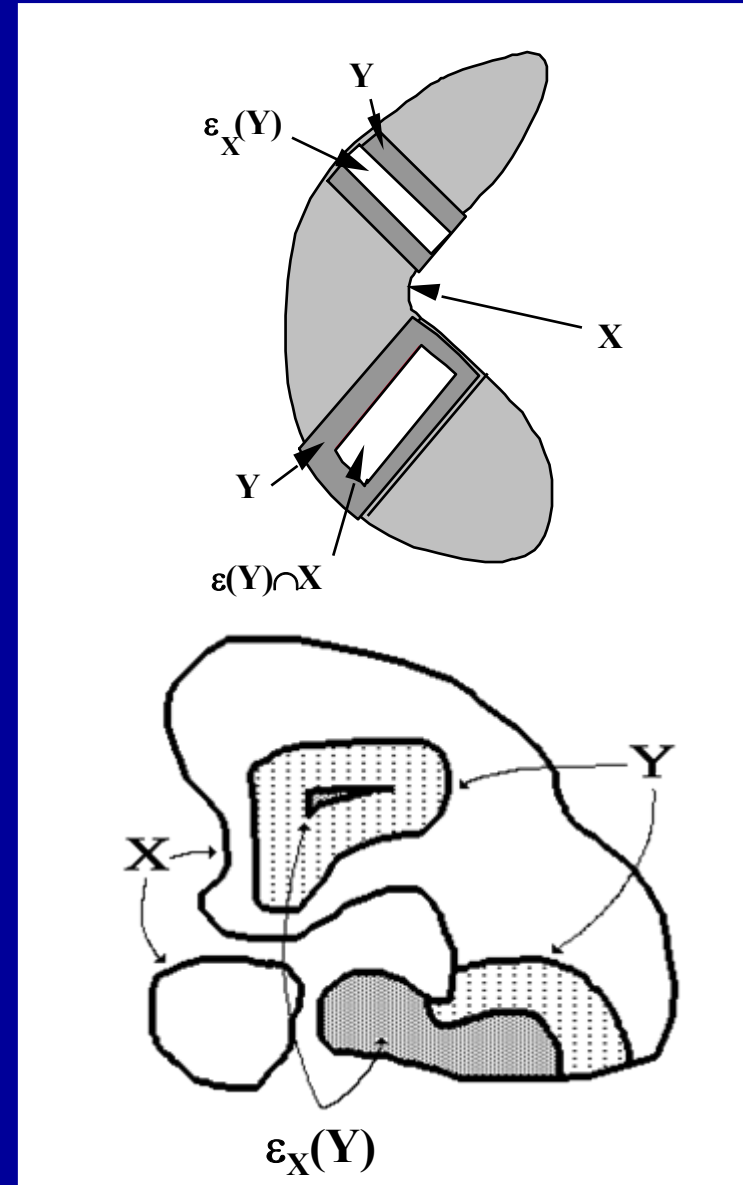
L'érosion géodésique est définie par:

$$\varepsilon_{X,\lambda}(Y) = \{y \in Y : B_{X,\lambda}(y) \subset Y\}$$

Elle peut se définir par dualité (par adjonction ou par complémentation).

Le complément est défini par rapport à l'espace géodésique X ($Y \rightarrow X \setminus Y = X \cap Y^c$):

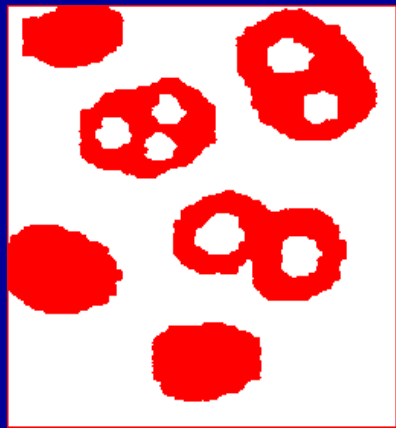
$$\varepsilon_X(Y) = X \setminus \delta_X(X \setminus Y)$$



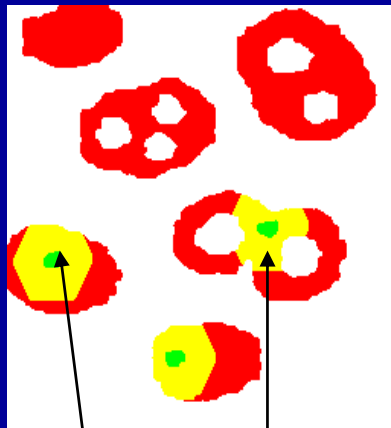
RECONSTRUCTION GEODESIQUE

Itération de dilatations géodésiques jusqu'à idempotence

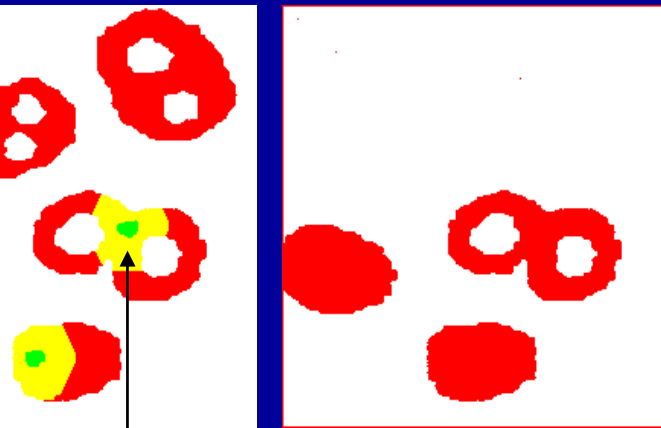
$$R_X(Y) = \delta_X^{+\infty}(Y) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \delta_{X,\lambda}(Y)$$



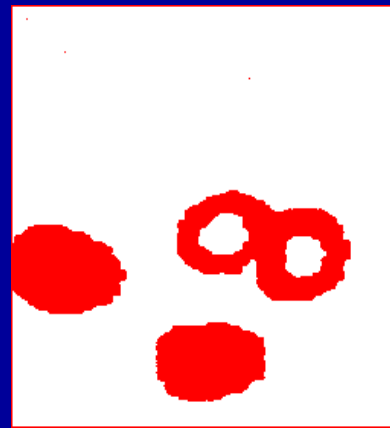
X



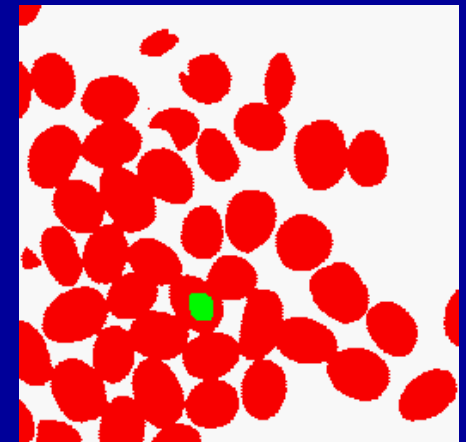
Y



$\delta_{X,\lambda}(Y)$



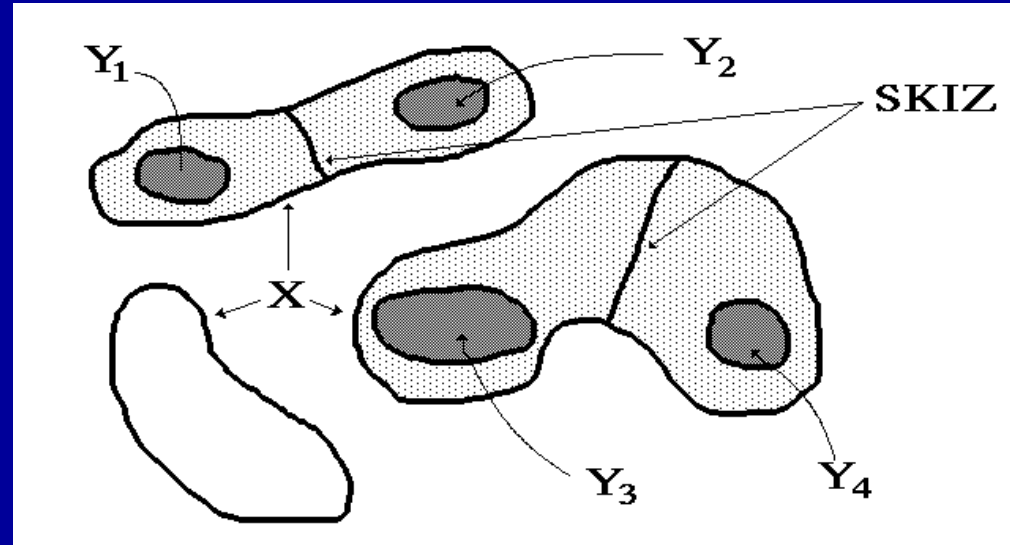
$R_X(Y)$



Cet opérateur permet la reconstruction de toutes les composantes connexes de X marquées par Y (reconstruction de X par Y).

SKIZ GEODESIQUE

Ensemble Y formé de composantes connexes et inclus dans un espace géodésique X



Zone d'influence d'une composante connexe: ensemble des points de X à une distance géodésique finie de la composante connexe et plus proche de celle-ci que de tout autre composante connexe:

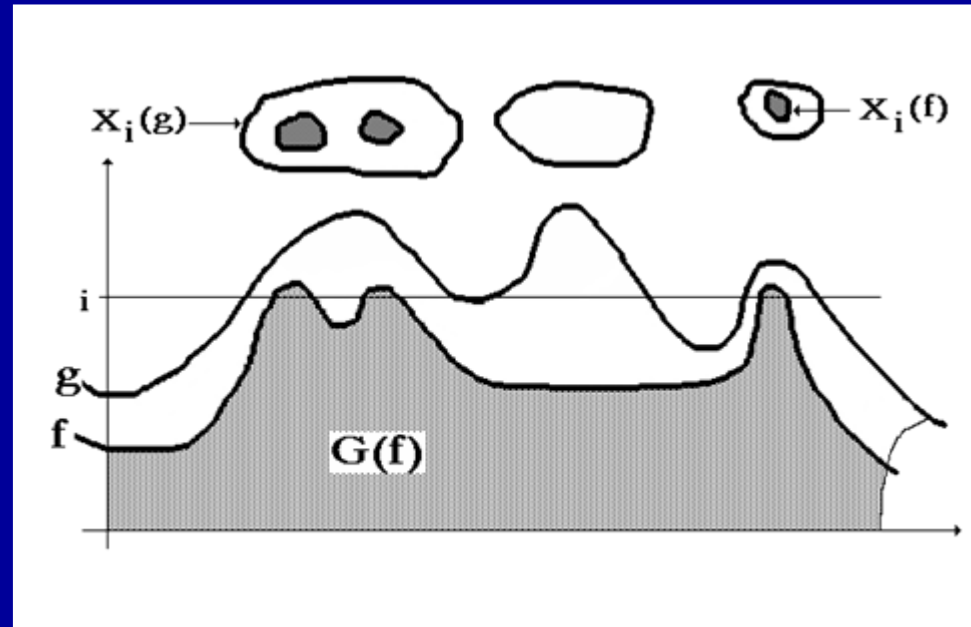
$$Z_X(Y_i) = \left\{ \begin{array}{l} x \in X : d_X(x, Y_i) < +\infty \\ \text{et} \\ \forall j \neq i, d_X(x, Y_i) < d_X(x, Y_j) \end{array} \right\}$$

GEODESIE NUMERIQUE

Les transformations géodésiques ensemblistes peuvent être étendues aux fonctions numériques par le biais des sections des fonctions en appliquant à ces sections des opérateurs géodésiques ensemblistes et en construisant de nouvelles fonctions à partir des nouveaux ensembles obtenus

$$X_i(f) = \{x : f(x) \geq i\}$$

$$X_i(g) = \{x : g(x) \geq i\}$$



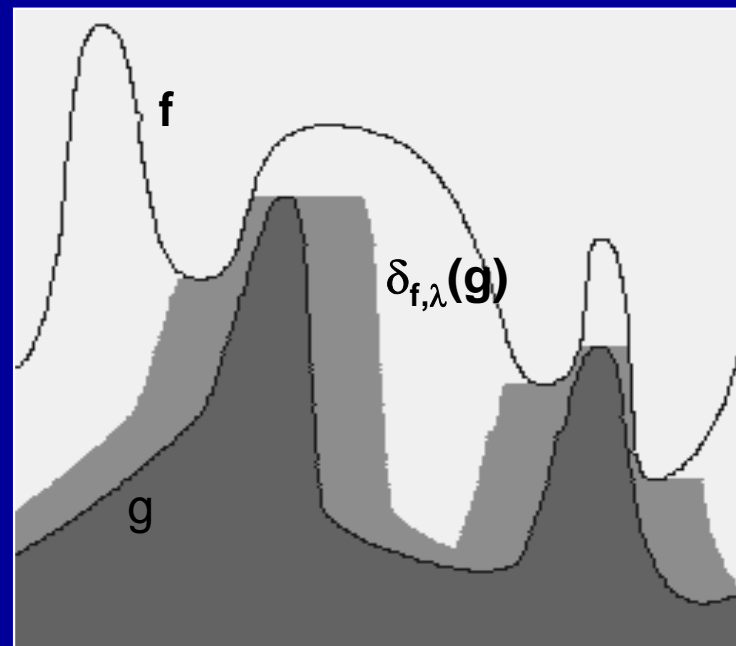
DILATATIONS GEODESIQUES NUMERIQUES

Soit f et g deux fonctions (images à teintes de gris), avec $g \leq f$.

Considérons les sections au niveau h de f et de g

La dilatation géodésique ensembliste de taille λ de chaque section au niveau h de g à l'intérieur de la section correspondante de f génère sur g une dilatation $\delta_{f,\lambda}(g)$.

Le sous-graphe de $\delta_{f,\lambda}(g)$ est l'ensemble des points du sous-graphe de f qui sont reliés à g par un chemin horizontal de longueur $\leq \lambda$.

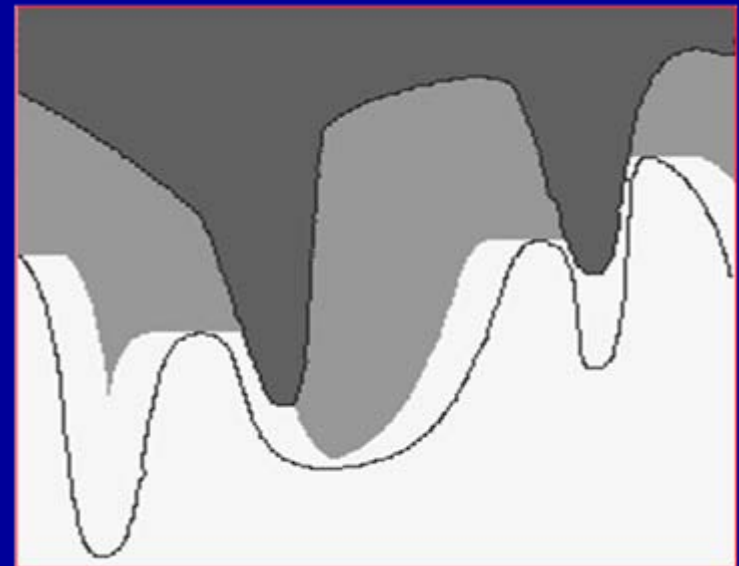
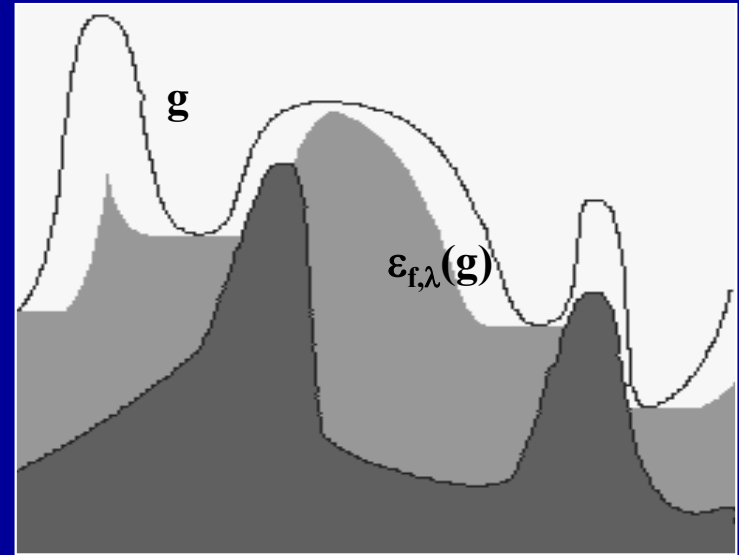


EROSIONS GEODESIQUES NUMERIQUES

L'érosion géodésique numérique de f par g , avec $g \geq f$ se déduit de la dilatation géodésique par la dualité engendrée par l'inversion autour d'une valeur pivot m :

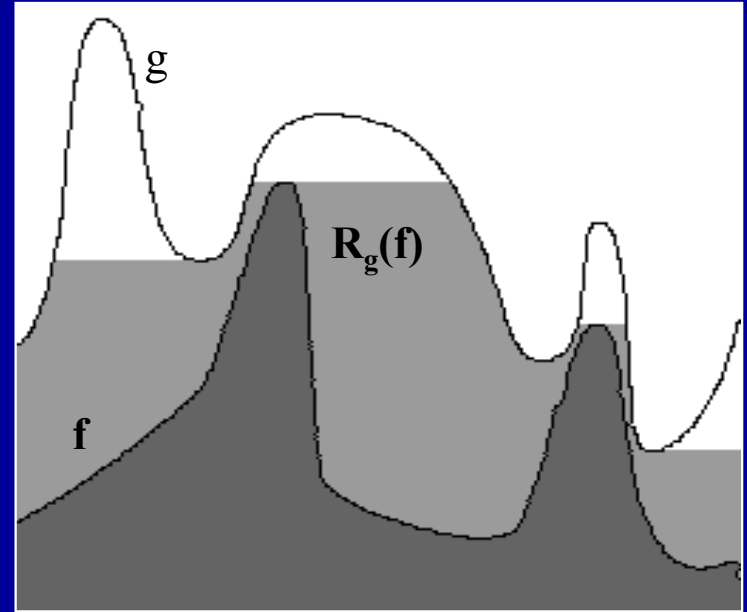
$$\varepsilon_{f,\lambda}(g) = m - \delta_{m-f,\lambda}(m - g)$$

Le résultat est indépendant de la valeur pivot m

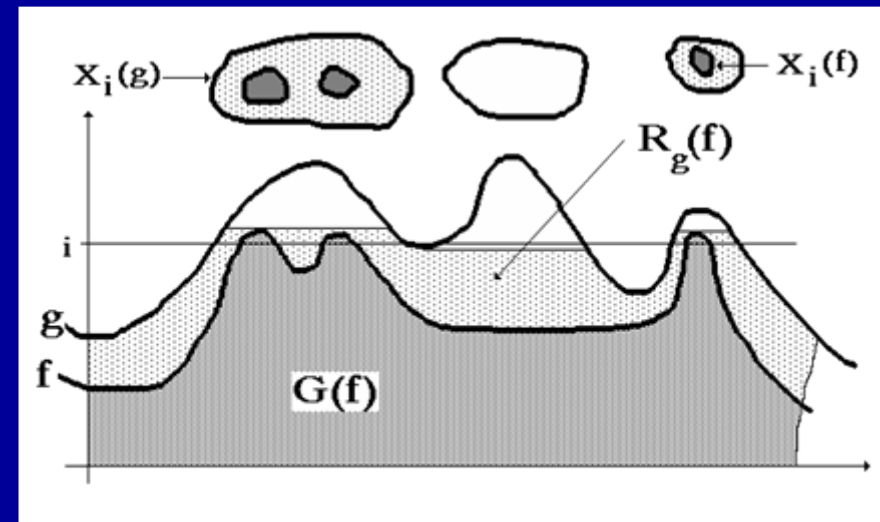


RECONSTRUCTION GEODESIQUE NUMERIQUE

- La reconstruction géodésique de g à partir de f est le supremum des dilatations géodésiques de f à l'intérieur de g . On la note $R_g(f)$:
$$R_g(f) = \bigvee \{ \delta_{g,\lambda}(f), \lambda > 0 \}$$
- Cette transformation et sa duale sont de très importantes machines-outils en morphologie mathématique.



Chaque section au niveau i de la reconstruction est égale à la reconstruction binaire des sections au même niveau de g par les sections correspondantes de f .



UNE MACHINE-OUTIL, LA LIGNE DE PARTAGE DES EAUX (LPE)

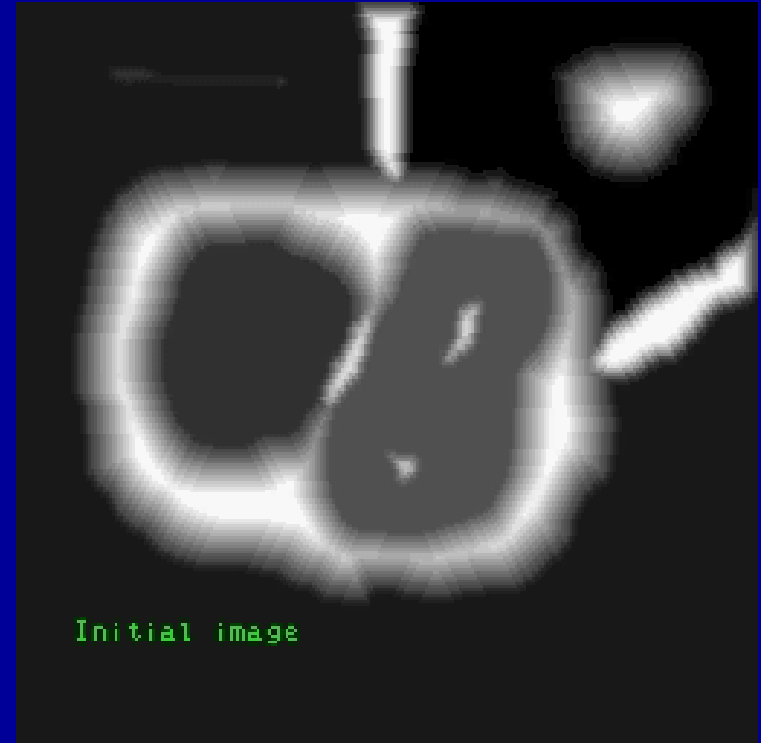
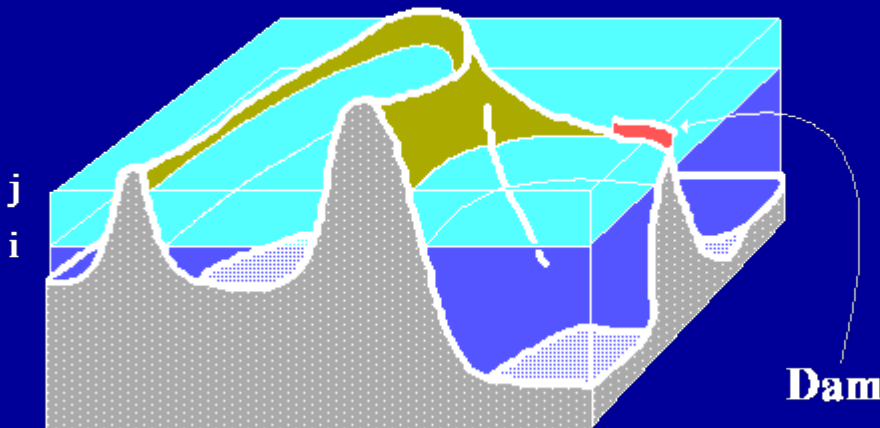
- **En MM, la segmentation d'image s'articule autour d'une transformation, la ligne de partage des eaux (1979)**
- **L'introduction de marqueurs a augmenté spectaculairement l'efficacité de la LPE (1982)**
- **Cette transformation fait partie de la « famille » des opérateurs morphologiques et en particulier de la classe des transformations géodésiques**
- **La LPE peut être réalisée sur diverses structures ou représentations d'images: images 3D, vidéos, graphes, etc. Cette capacité a généré des solutions de segmentation hiérarchique (1990)**
- **Développements récents: nouveaux outils hiérarchiques, nouveaux critères de segmentation (2005-2007)**

L'ALGORITHME CLASSIQUE DE L.P.E.

- C'est un processus d'inondation
- Les sources d'inondation sont les minima de la fonction

Deux hiérarchies apparaissent:

- progression de l'inondation avec l'altitude (processus séquentiel)
- inondation des plateaux ou zones plates (processus parallèle)



Le résultat est une partition de l'image en bassins versants et en lignes de partage des eaux (barrages)

L'ALGORITHME CLASSIQUE DE L.P.E. (2)

La transformation peut être construite à l'aide des niveaux successifs Z_i de la fonction f :

$$W_0 = m_0(f)$$

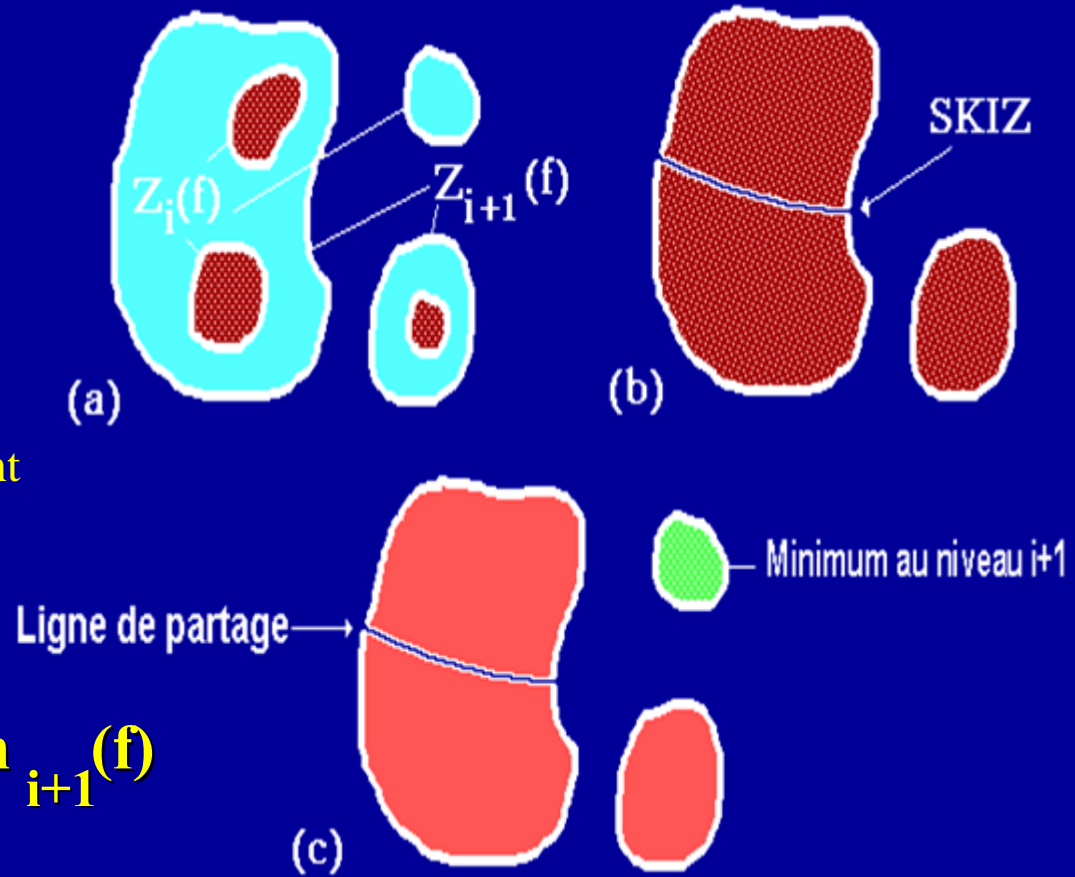
Les bassins versants au niveau 0 sont les minima à ce niveau

$$W_{i+1} = [\text{SKIZ}_{Z_{i+1}(f)}(W_i)] \cup m_{i+1}(f)$$

avec:

$$m_{i+1}(f) = Z_{i+1}(f) / R_{Z_{i+1}(f)}(Z_i(f))$$

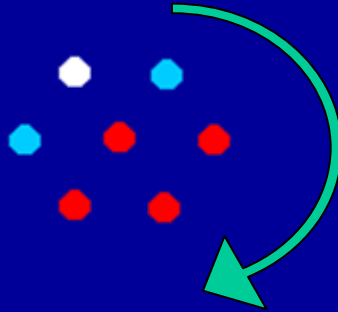
R est la reconstruction géodésique



Le SKIZ géodésique simule la propagation de l'inondation sans mélange des eaux

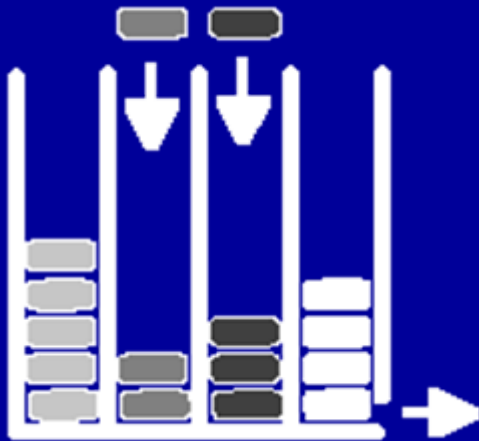
ALGORITHMES DE L.P.E

- l'algorithme classique (SKIZ avec des épaissements en rotation)



L'usage d'éléments structurants en rotation dans le SKIZ génère une inondation des plateaux non isotrope

- files d'attente hiérarchiques (ordre a priori défini dans la file)



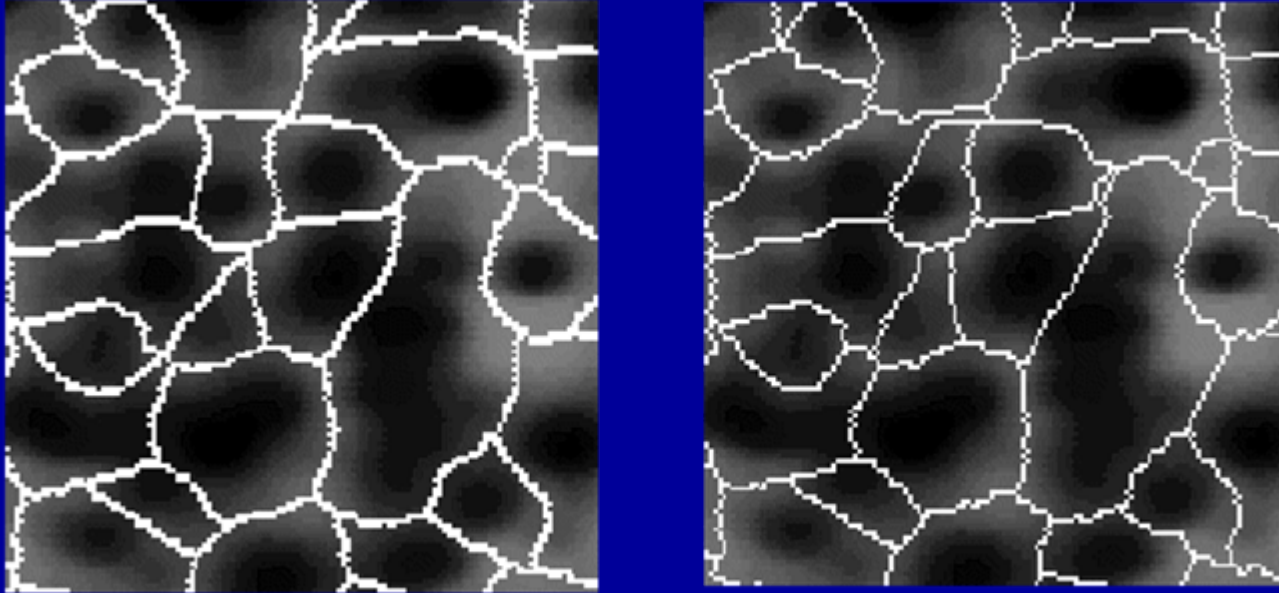
Les jetons appartenant à la même pile devraient être traités en même temps

- LPE basée sur des graphes

La plupart des algorithmes de LPE sont biaisés

BIAIS ET INEXACTITUDES AU SUJET DE LA LPE

Pour diverses raisons (complexité, vitesse de traitement, paresse...), les algorithmes de LPE sans biais sont rarement utilisés.



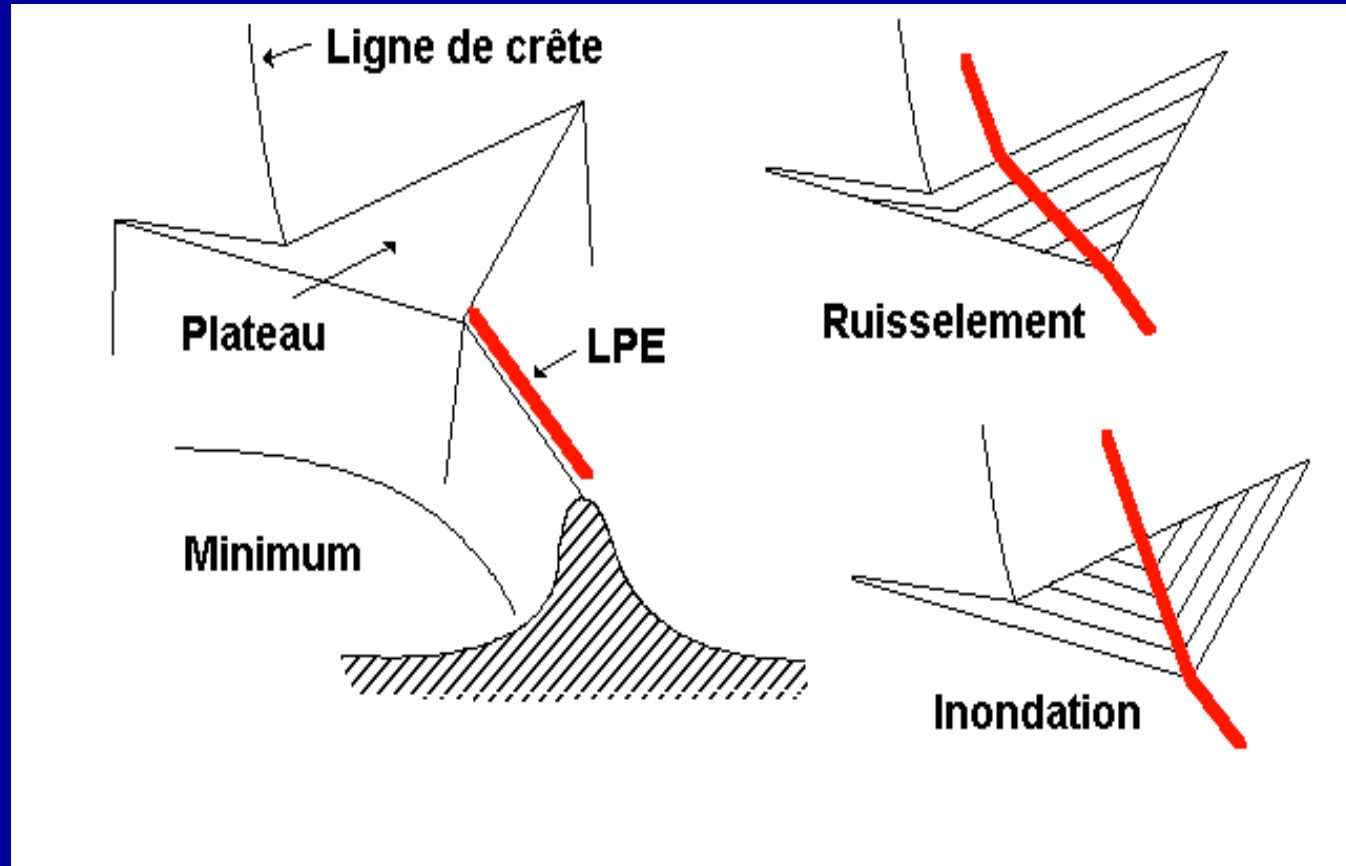
Comparaison entre une LPE exacte (à gauche) et le résultat d'un algorithme classique.

A cause de ces biais, la LPE n'est pas UNIQUE (elle devrait l'être). Ces biais peuvent avoir de spectaculaires conséquences pour les approches hiérarchiques basées sur la comparaison de bassins versants adjacents.

BIAIS ET INEXACTITUDES AU SUJET DE LA LPE (1)

La ligne de partage des eaux ne peut pas être construite en simulant l'écoulement de gouttes de pluie ruisselant sur la surface topographique (ruisselement). **A OUBLIER!**

L'inondation sur les plateaux est basée sur un **MODELE** (vitesse constante). Il a principalement deux avantages: il est simple et il a un sens physique.



En aucun cas, les résultats ne pourraient être identiques (à cause de la propagation sur les plateaux).

BIAIS ET INEXACTITUDES AU SUJET DE LA LPE (2)

La ligne de partage des eaux n'est pas locale. En particulier, elle n'est pas liée à des structures locales (lignes de crête, escarpement,...). La LPE n'est pas un concept LOCAL.

Vous ne pouvez pas, avec la seule connaissance locale du voisinage d'un point, répondre à la question:

Ce point appartient-il à une ligne de partage des eaux?



BIAIS ET INEXACTITUDES AU SUJET DE LA LPE (3)

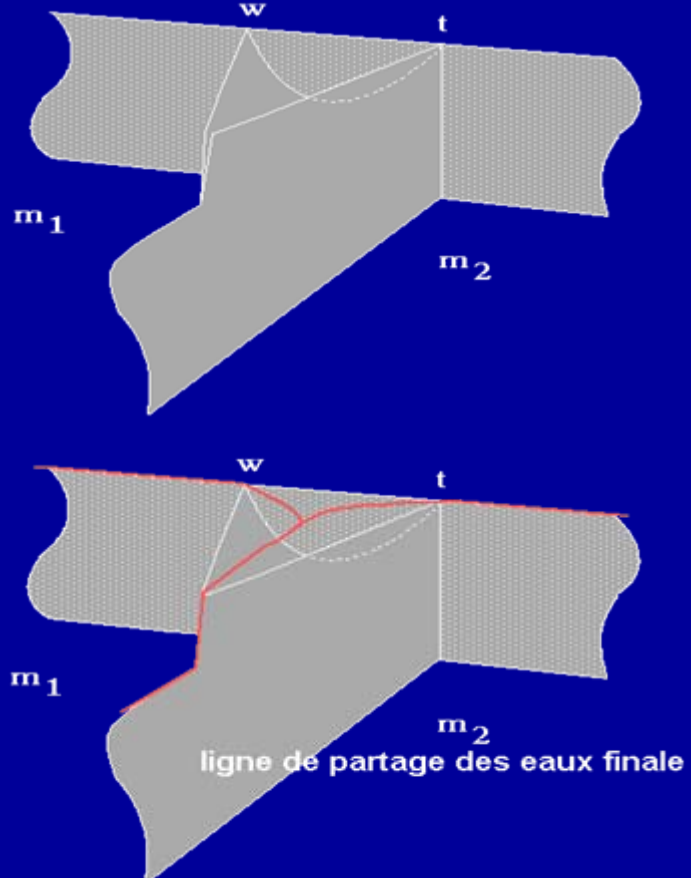
L'inondation est-elle toujours un phénomène ascendant?

En d'autres termes, quand l'inondation est à la hauteur h , est-il vrai que **TOUS** les points à une altitude inférieure ont été inondés?

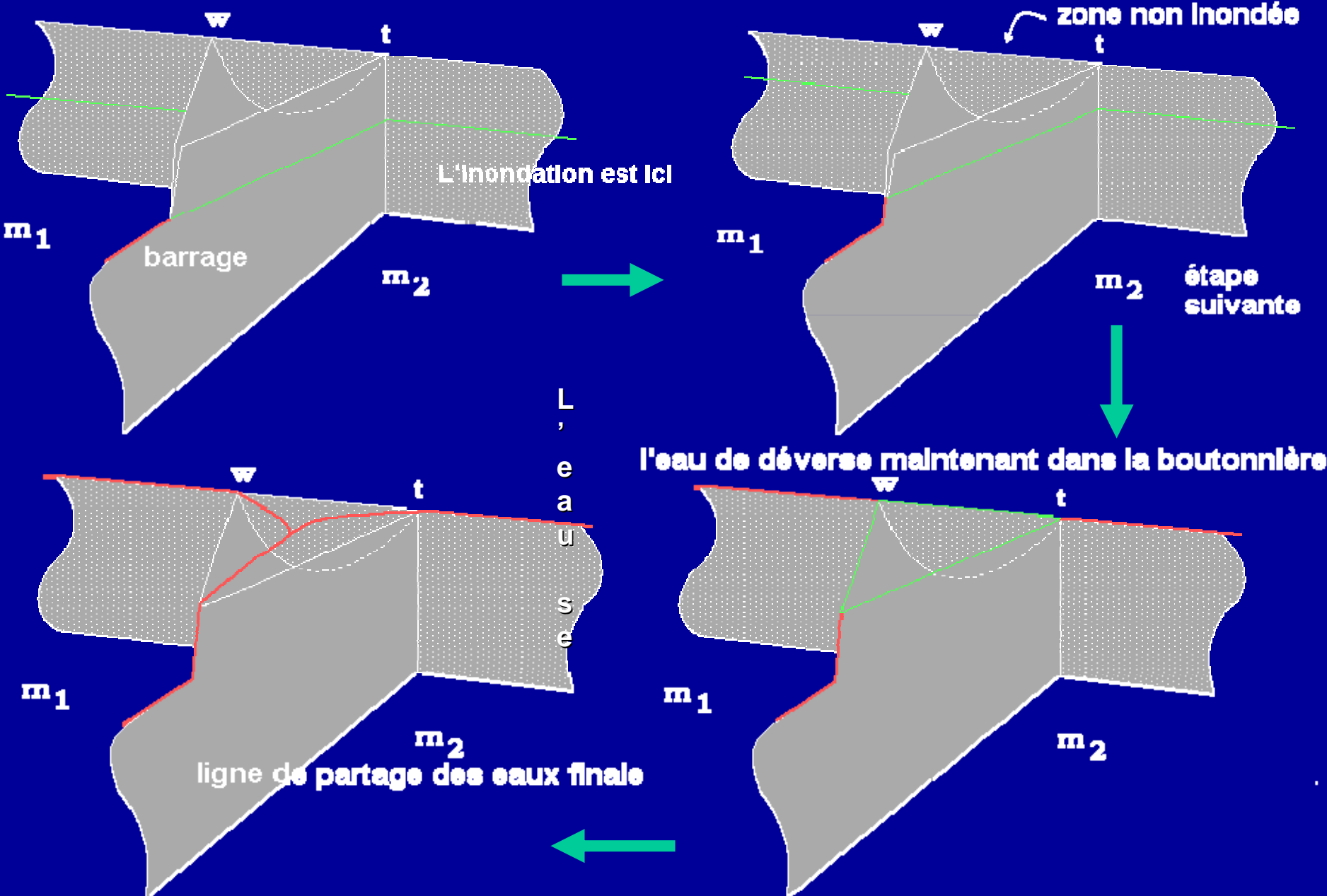
La réponse est **NON!** Contre-exemple: la boutonnière



(Boutonnière dans le Grésivaudan)



LA BOUTONNIERE

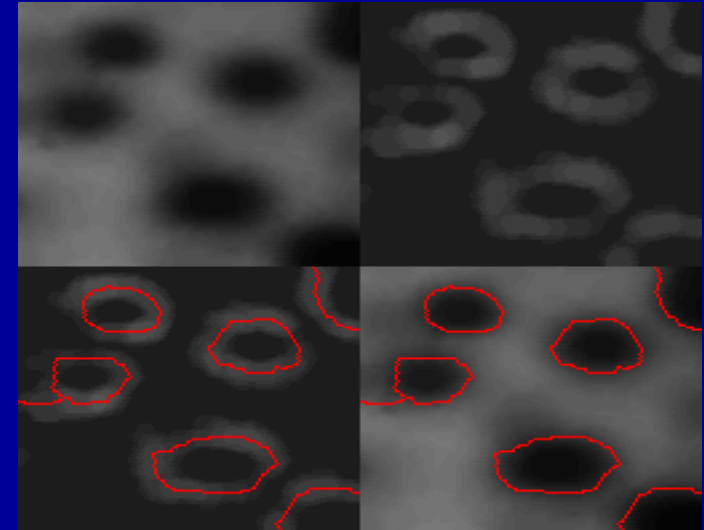
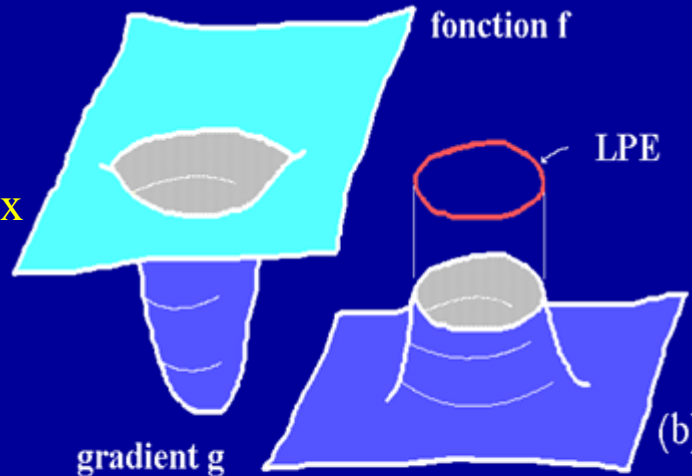


USAGE DE LA LIGNE DE PARTAGE DES EAUX

La ligne de partage des eaux est utilisée en segmentation

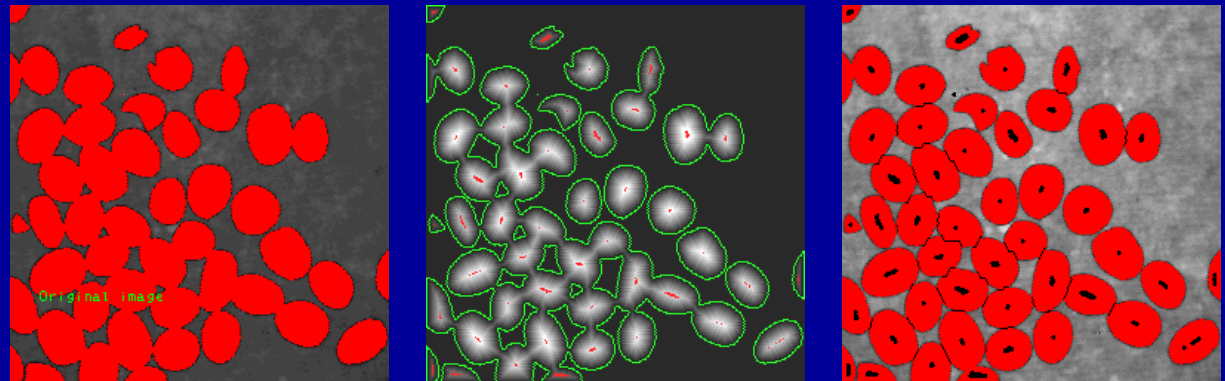
- **Segmentation d'images**

La LPE du module du gradient correspond aux contours des objets



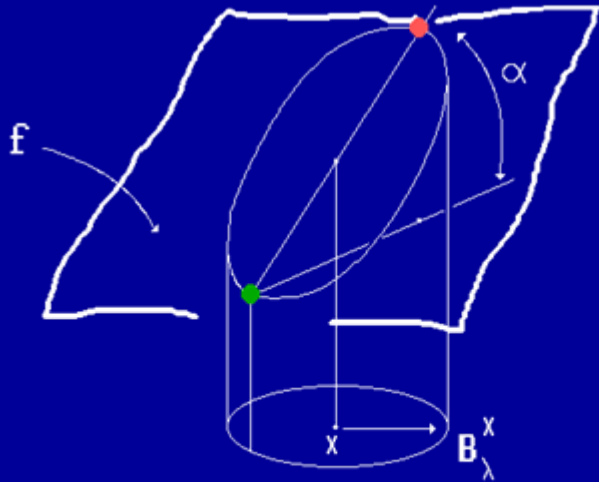
- **Segmentation d'ensembles**

Découpage d'objets en une union d'objets convexes à l'aide de la LPE de la fonction distance



LE GRADIENT: RAPPEL

Gradient morphologique



$$g(f) = (f \oplus B) - (f \ominus B)$$

D'autres gradients morphologiques (demi-gradients) peuvent également être définis:

$$g_-(f) = f - (f \ominus B)$$

$$g_+(f) = (f \oplus B) - f$$

Gradients épais:

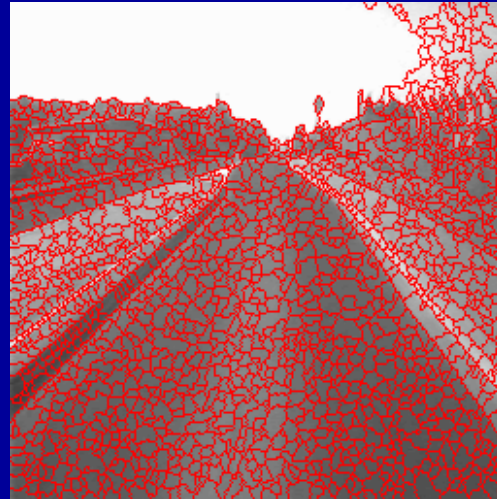
$$g_i(f) = (f \oplus B_i) - (f \ominus B_i)$$

Gradients régularisés



LPE CONTROLÉE PAR MARQUEURS

La LPE du gradient est sur-segmentée.



Les images gradient sont souvent bruitées et contiennent un grand nombre de minima. Chaque minimum génère un bassin versant dans la LPE.

Pour éviter cette sur-segmentation due à de nombreuses sources d'inondation, seules certaines d'entre elles peuvent être sélectionnées (les marqueurs) et une LPE contrôlée par ces marqueurs peut être réalisée.



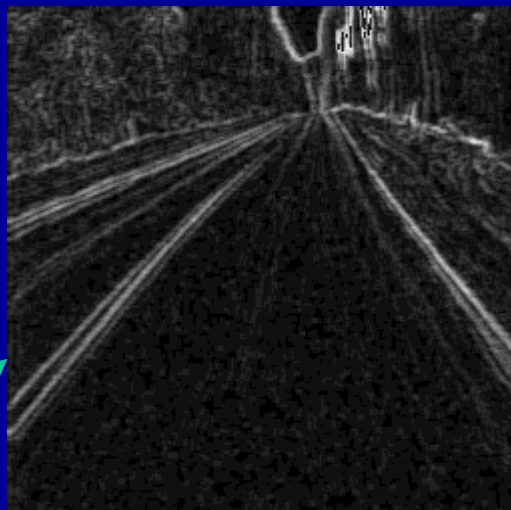
EXEMPLE DE LIGNE DE PARTAGE DES EAUX CONTROLEE PAR MARQUEURS

Segmentation de route



Image originale

gradient



marqueurs



LPE contrôlée par marqueurs du gradient

LPE CONTROLÉE PAR MARQUEURS ALGORITHMES

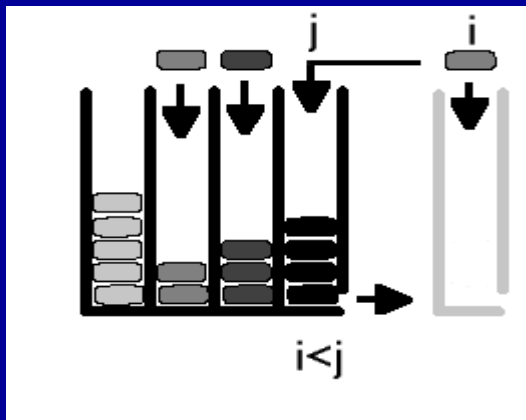
- **Inondation niveau par niveau**

$W_0 = M$, ensemble marqueur

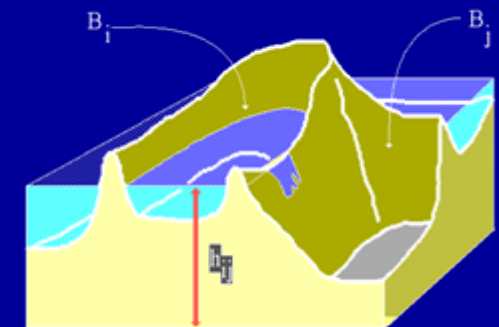
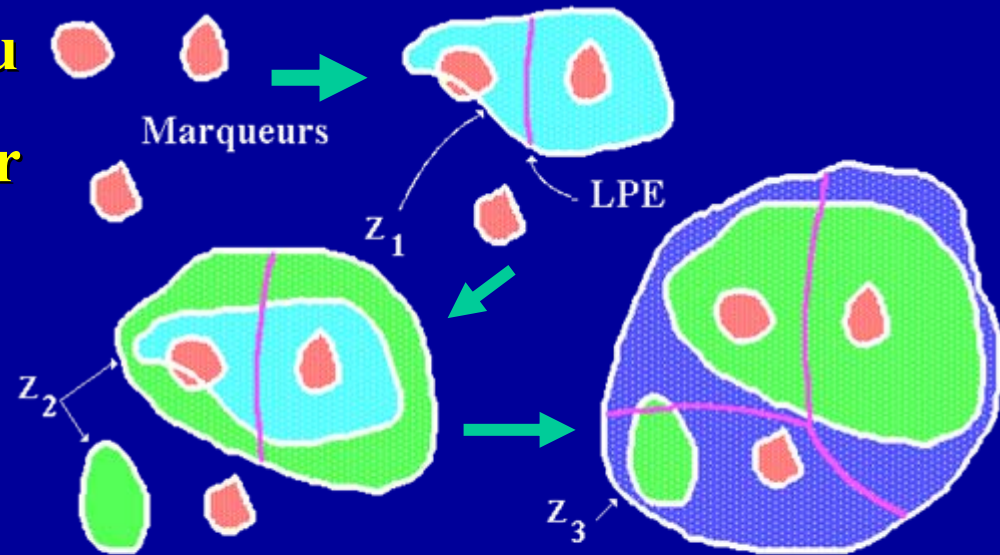
$$W_i = \text{SKIZ}_{Z_i(f) \cup M} (W_{i-1})$$

Cet algorithme est plus simple que l'algorithme classique: il n'y a pas de détection de minima

- **Files d'attentes hiérarchiques**



Un jeton au niveau $i < j$ (niveau courant) peut apparaître. Dans ce cas, il est traité comme un jeton au niveau j (la file de niveau i n'existant plus)

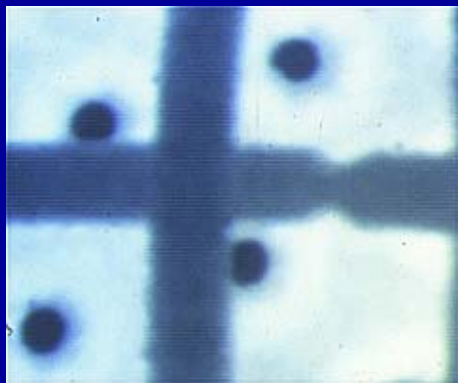


Avec la LPE contrôlée par marqueurs, le débordement est la règle et non plus l'exception

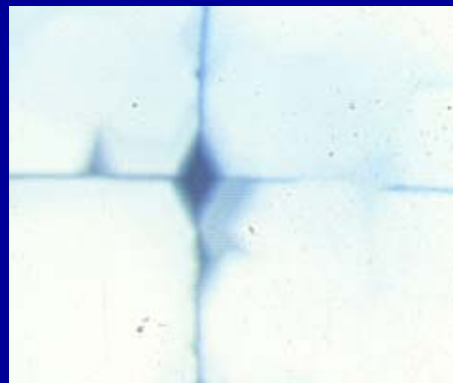
RECONSTRUCTION GEODESIQUE

La reconstruction géodésique est largement utilisée en morphologie mathématique:

- détection d'extrema (minima, maxima)
- filtrage (ouvertures et fermetures par reconstruction)
- ligne de partage des eaux (modification d'homotopie)
- cascades



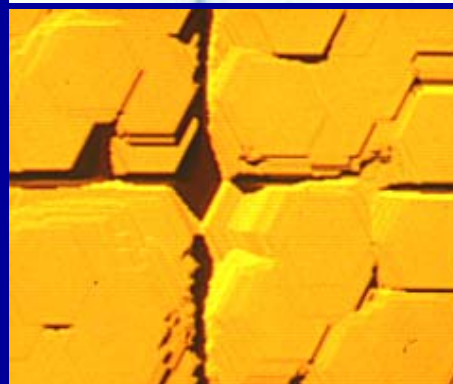
g



f

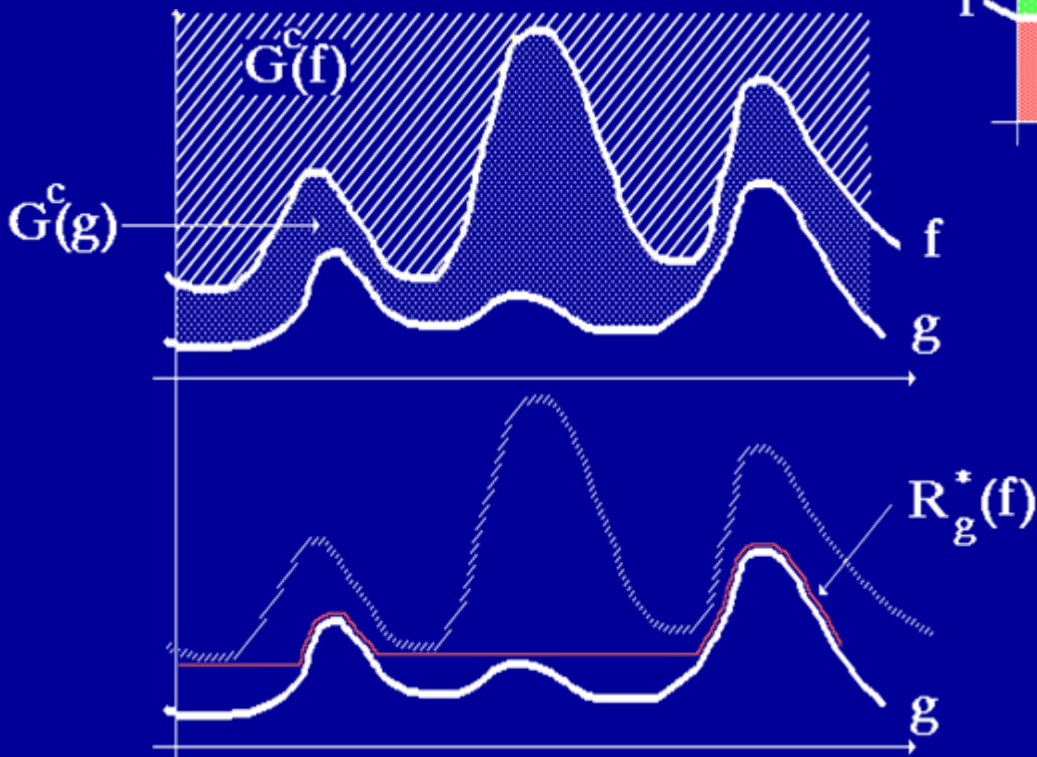
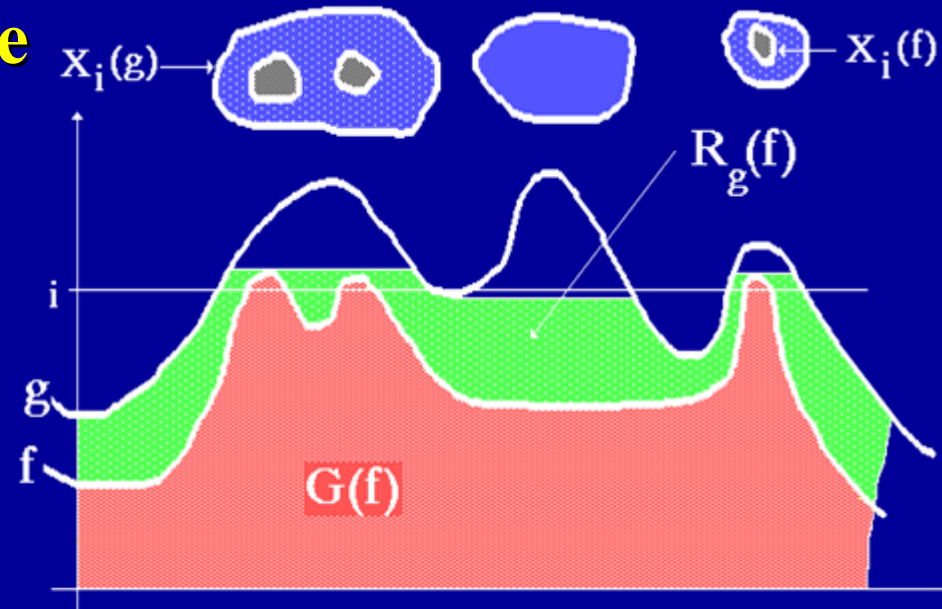


$R_g^*(f)$



RECONSTRUCTION GEODESIQUE (2)

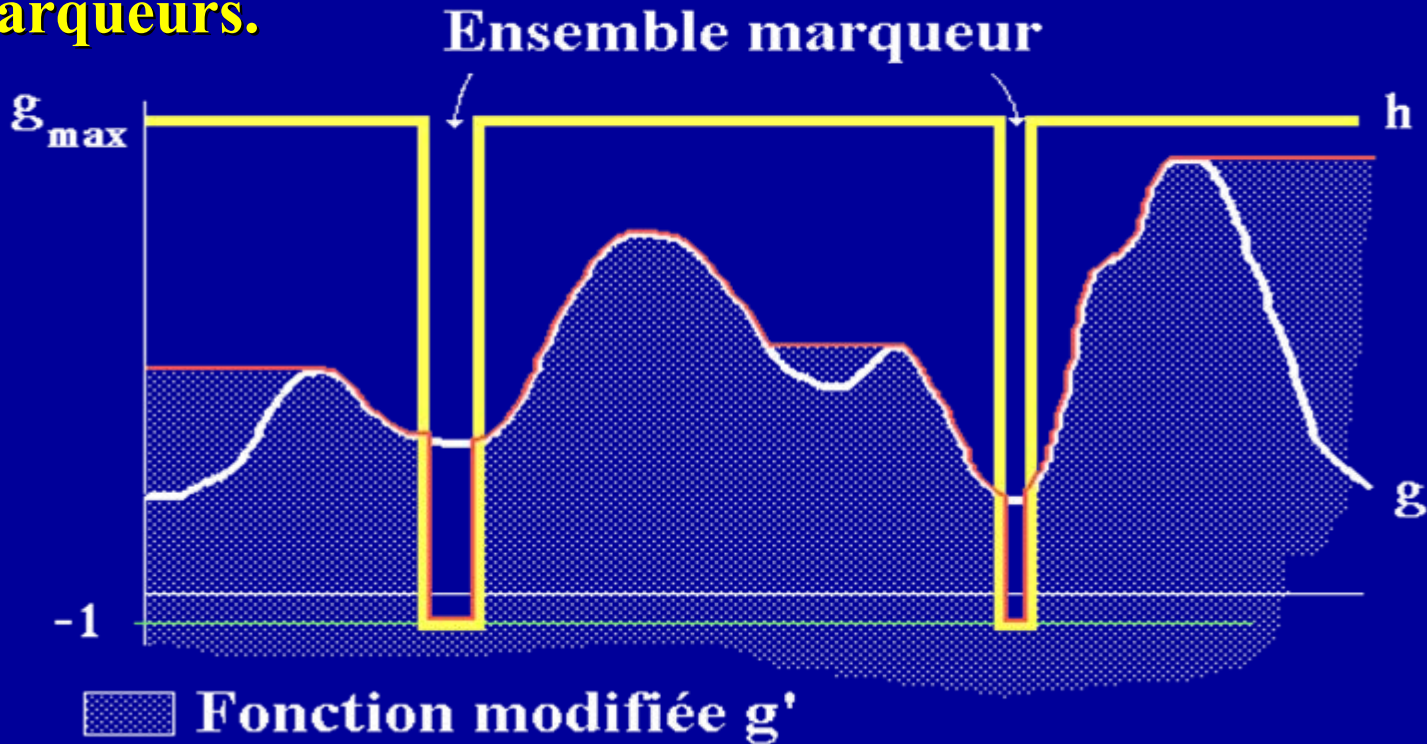
La reconstruction géodésique est capitale pour réaliser et comprendre la ligne de partage des eaux.



Une reconstruction duale peut également être définie (elle utilise les érosions géodésiques).

MODIFICATION D'HOMOTOPIE (“Swamping”)

Basé sur la reconstruction, la modification d'homotopie permet de construire une nouvelle fonction dont les minima correspondent aux marqueurs.



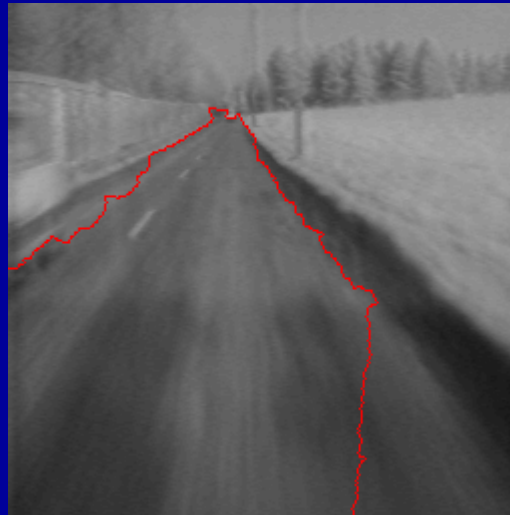
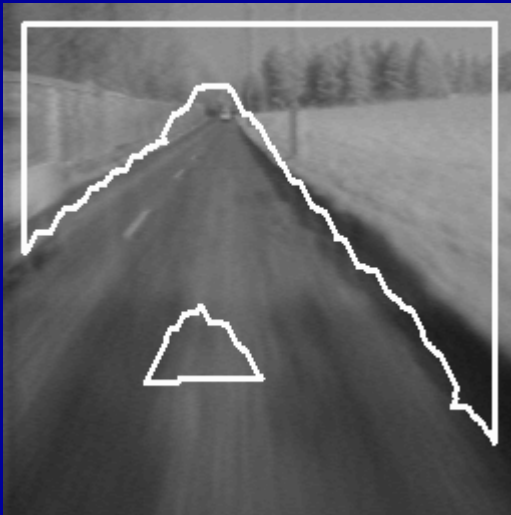
1) Une fonction marqueur est définie:

$$h(x) = -1 \text{ ssi } x \in M$$
$$h(x) = g_{\max}, \text{ sinon}$$

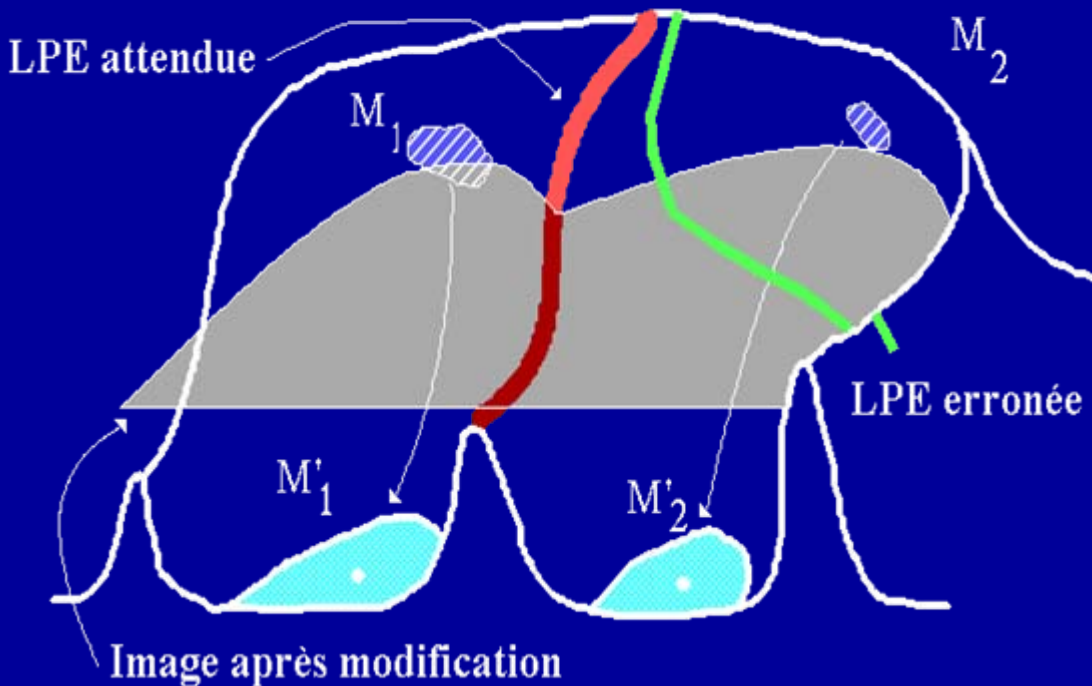
2) La reconstruction de h au-dessus de $g' = \inf(g, h)$ est réalisée:

→ $R_{g'}^*(h)$ fonction modifiée

POSITION DES MARQUEURS

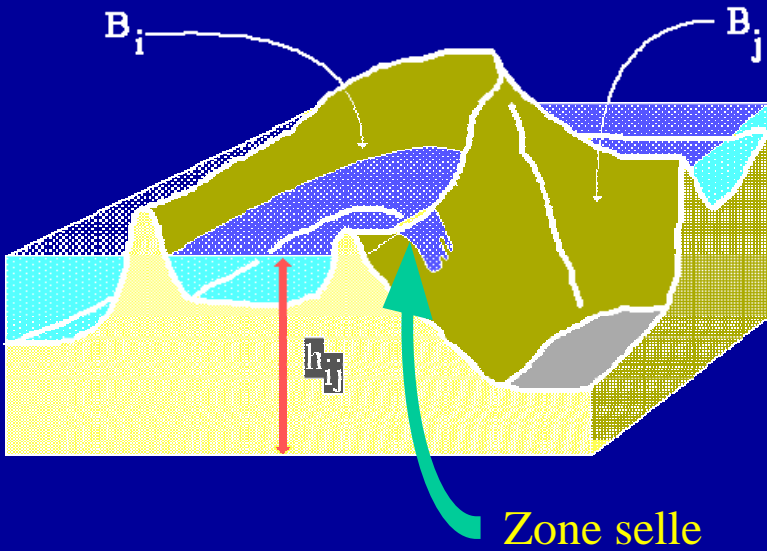


Segmentation obtenue (image de droite) avec une LPE du gradient contrôlée par marqueurs (marqueurs à gauche)



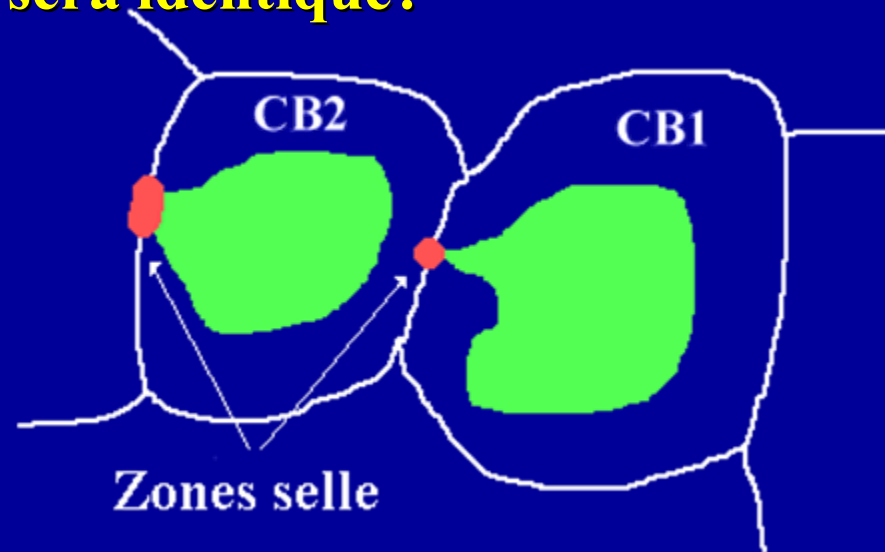
Quand les minima sont remplacés par des marqueurs, il est crucial de contrôler la position de ces marqueurs

POSITION DES MARQUEURS (2)



Question:

Si on remplace les minima originaux par des marqueurs, où placer les marqueurs pour s'assurer que la LPE finale sera identique?



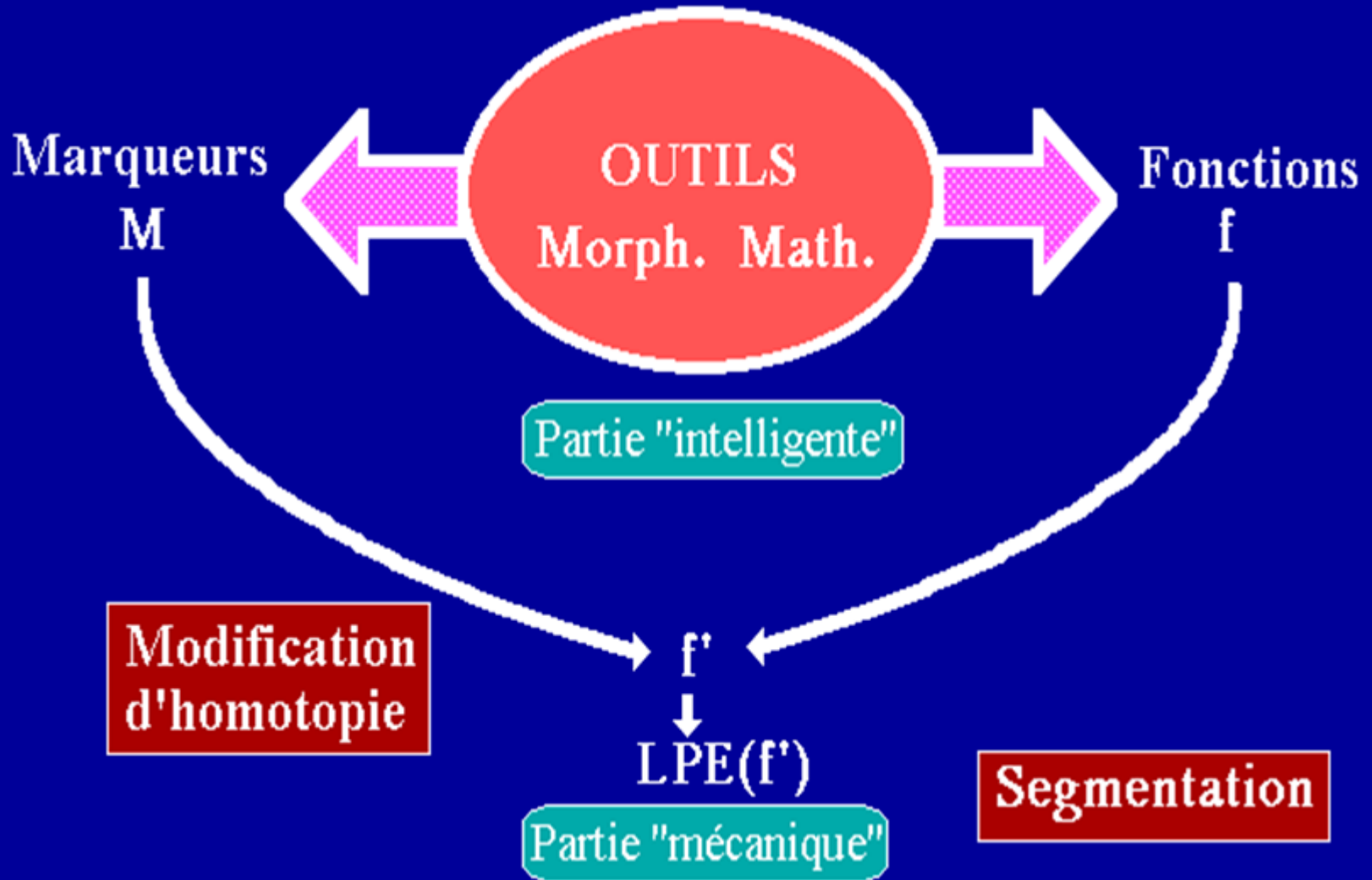
Notion de sous-bassin versant

C'est la partie du bassin versant inondée avant le premier débordement (par la zone selle la moins élevée)

Solution: les marqueurs doivent être inclus dans les sous-bassins versants.

Une correspondance biunivoque n'est pas indispensable pourvu que les marqueurs inclus dans le même bassin versant aient la même étiquette.

LE PARADIGME DE LA SEGMENTATION



QUELS CRITERES?

- **Critères de contraste**

 - Gradient**

 - Transformation chapeau haut-de-forme**

- **Critères de taille et de forme**

 - Fonction distance**

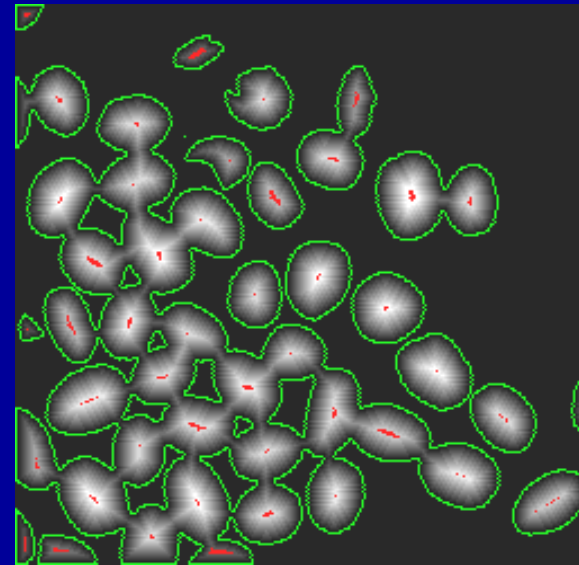
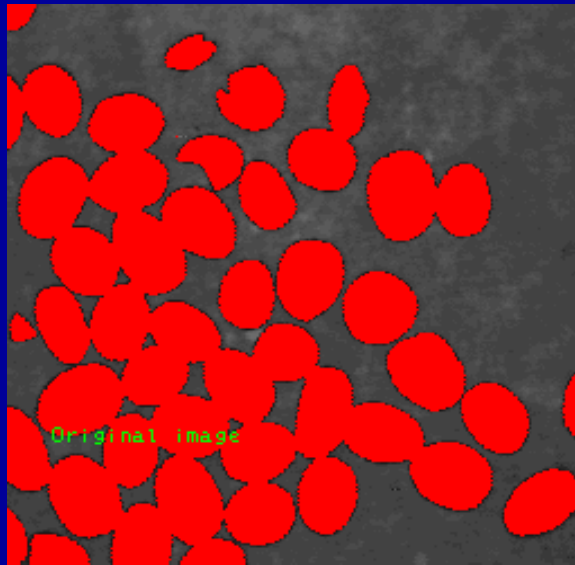
 - Fonction granulométrique**

 - Quasi-distance**

- **Combinaison de plusieurs critères**

FUNCTION DISTANCE & EROSION ULTIME

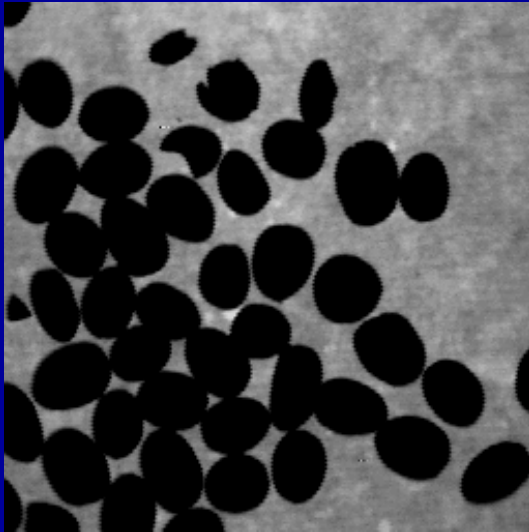
La fonction distance est construite par empilement des érodés successifs de X



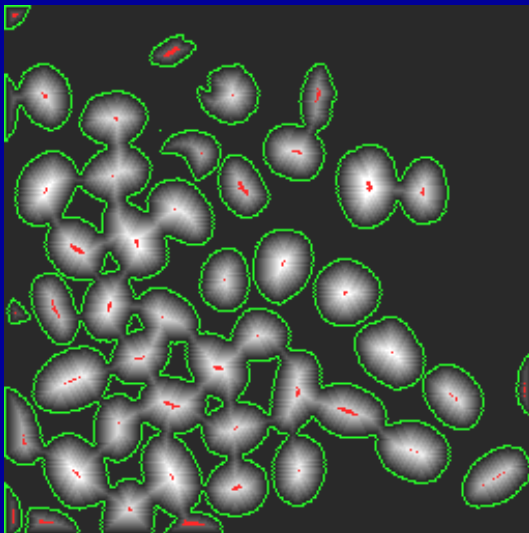
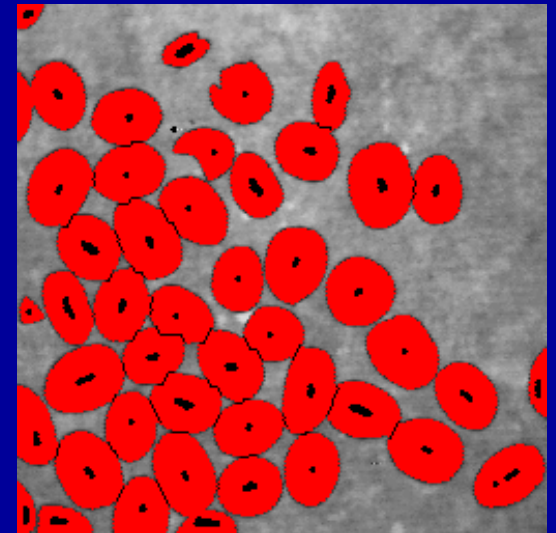
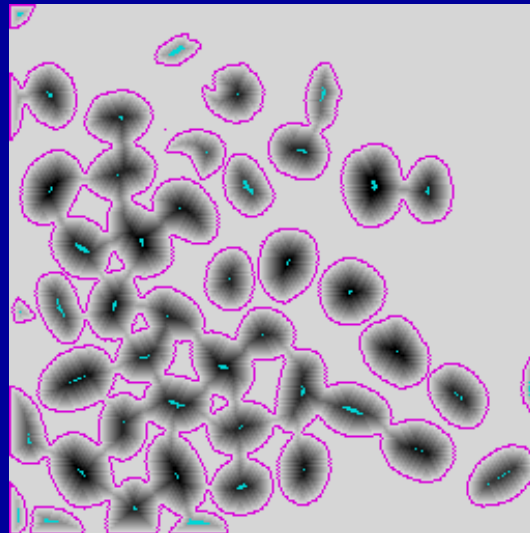
L'érodé ultime correspond alors aux maxima de cette fonction distance. L'érodé ultime est un opérateur résiduel.

APPLICATIONS

Grains de café



La fonction distance de l'ensemble est calculée. Cette fonction distance est inversée et sa LPE est construite. L'ensemble marqueur est constitué des maxima de la fonction distance.



La LPE est réalisée sur le support de la fonction distance. Les maxima sont filtrés pour éviter la sur-segmentation due à des problèmes de parité.

APPLICATIONS (2)

Grains de nitrate d'argent sur un film

Problème:
segmentation des grains,
même superposés

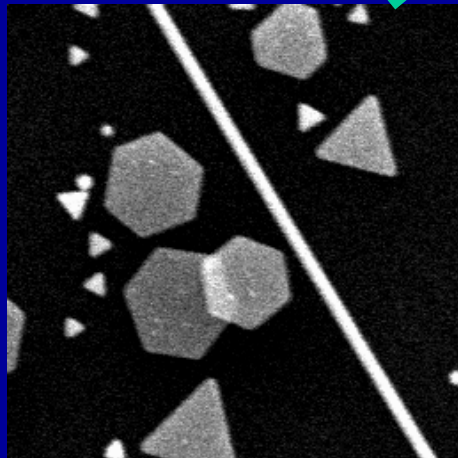
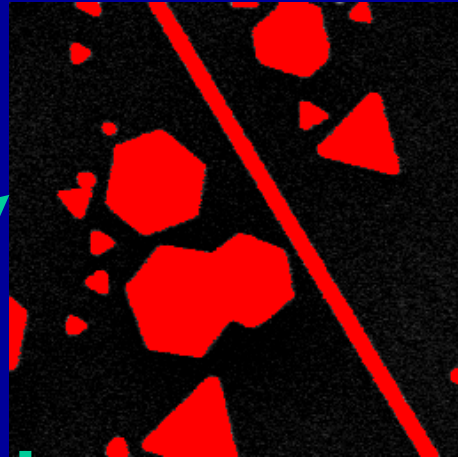
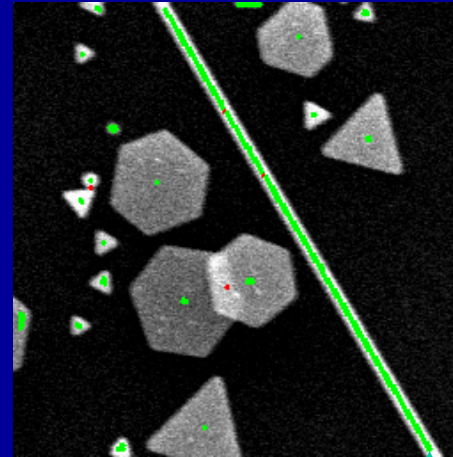


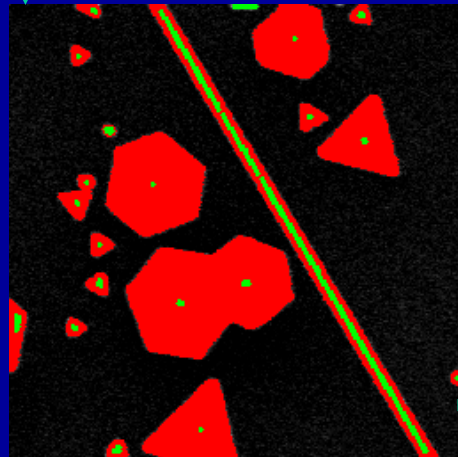
Image originale



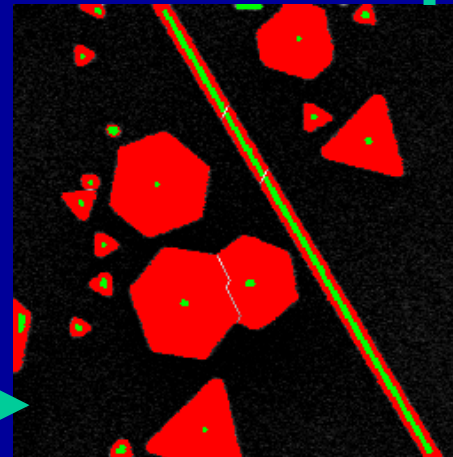
Masque des grains



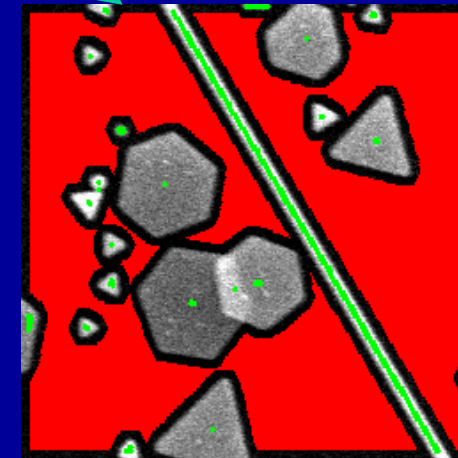
2ème marqueurs



1ers marqueurs, maxima
de la fonction distance

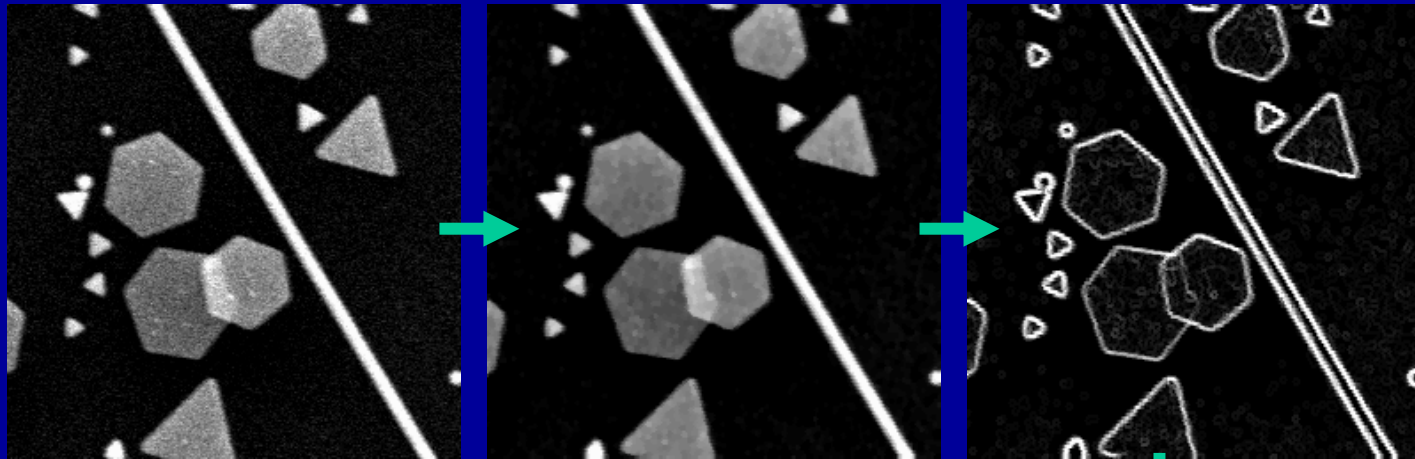


LPE de la fonction
distance



Le marqueur du
fond est ajouté.
Ensemble marqueur
final

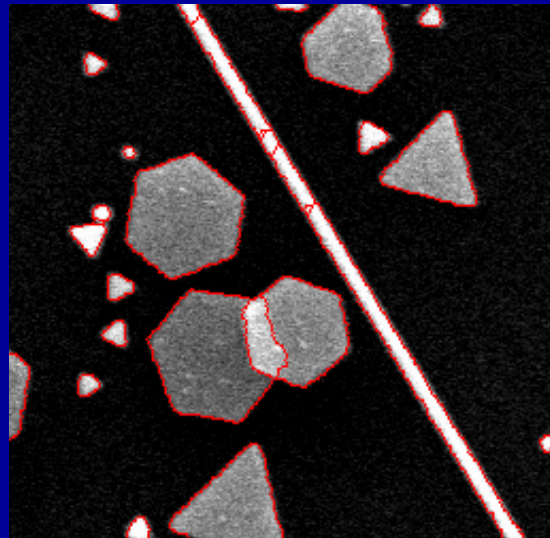
APPLICATIONS (3)



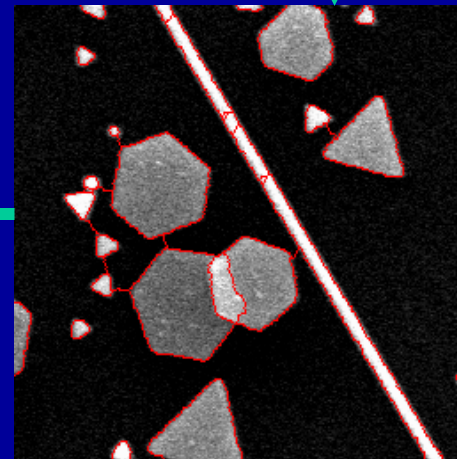
Gradient

Original

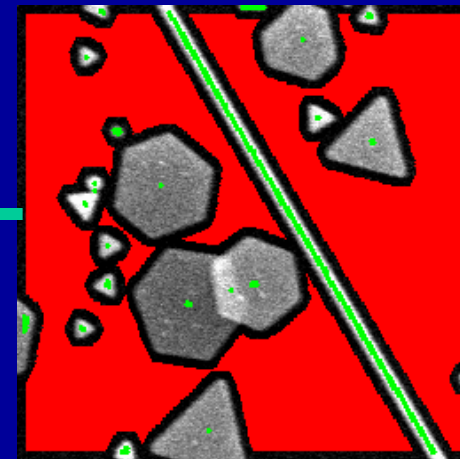
Image filtrée



Résultat final



Ligne de partage des eaux



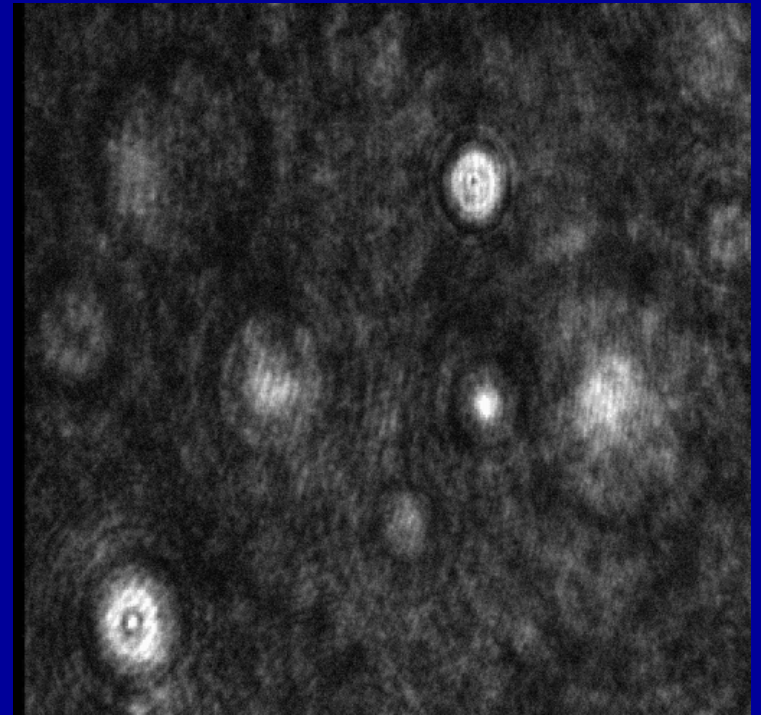
Marqueurs

APPLICATIONS (4)

Restitution 3D de gouttes d'eau à partir d'un hologramme

Une image 3D d'un aérosol (brouillard artificiel) est générée à partir d'un hologramme. Les diverses sections de l'image 3D sont obtenues avec une caméra à faible profondeur de champ.

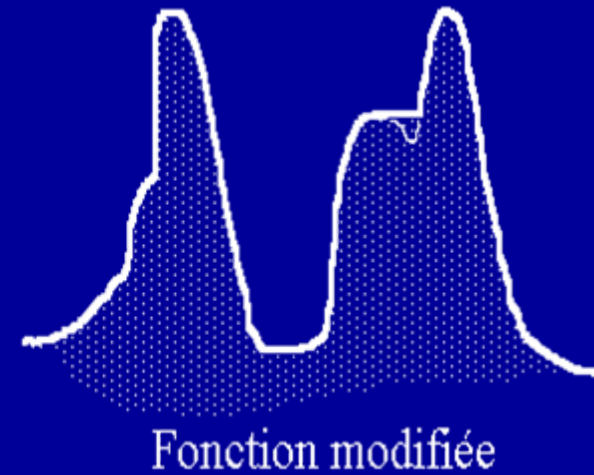
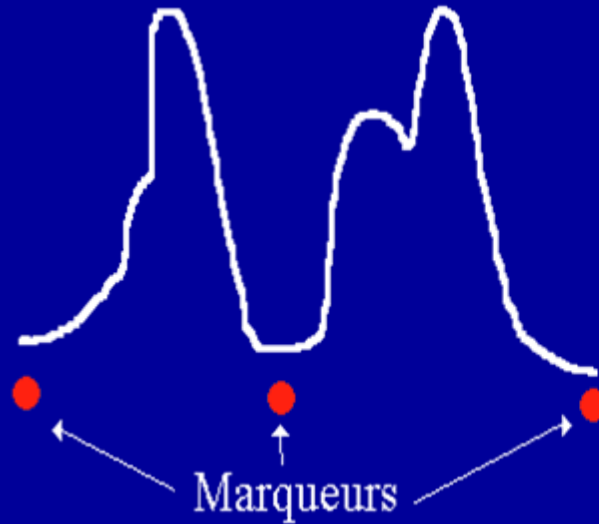
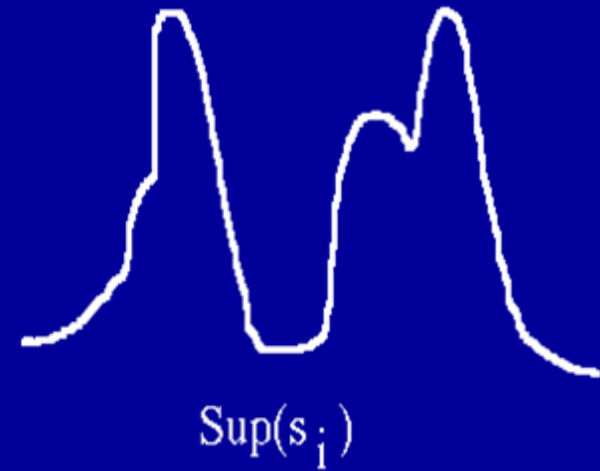
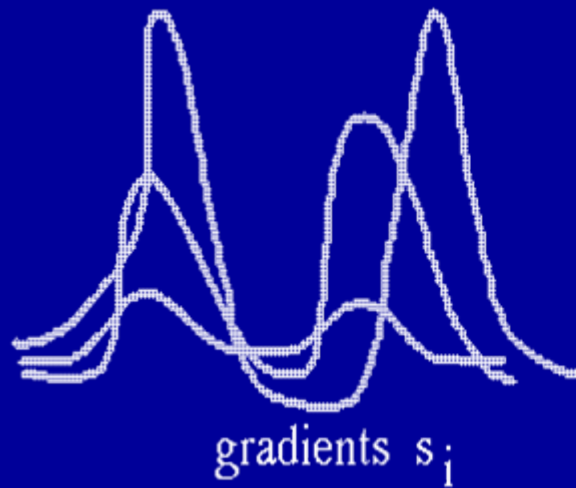
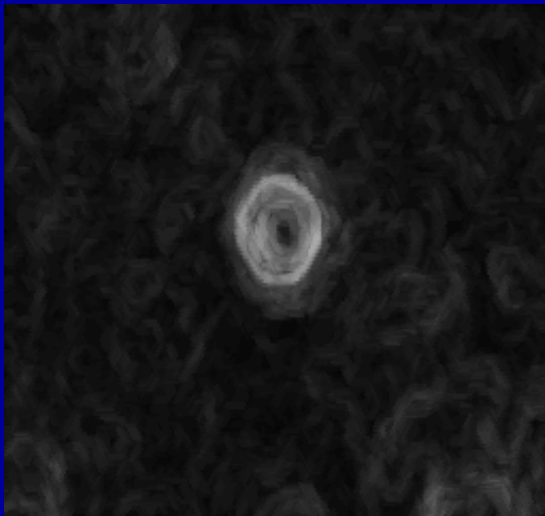
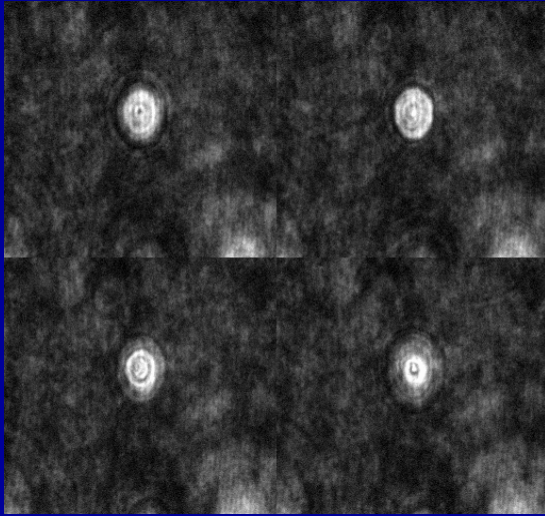
- n sections s_i
- trouver le meilleur contour
- position x, y, z de chaque goutte
- volume



APPLICATIONS (5)

Critère:

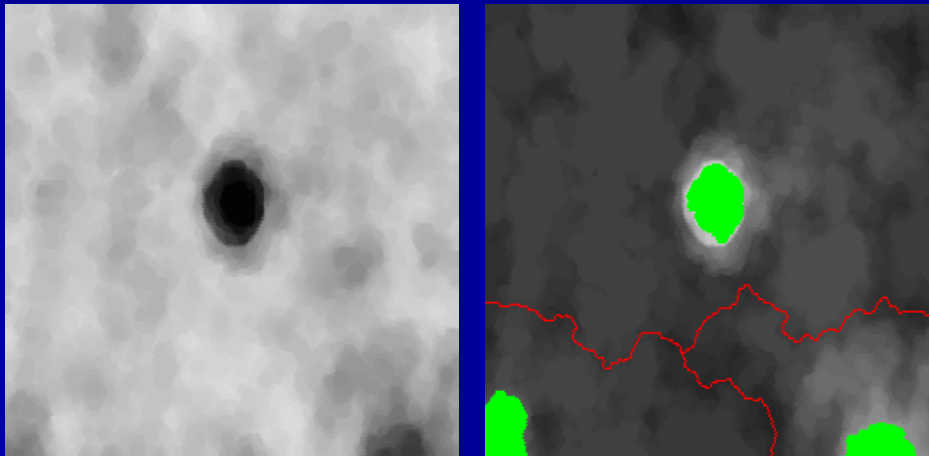
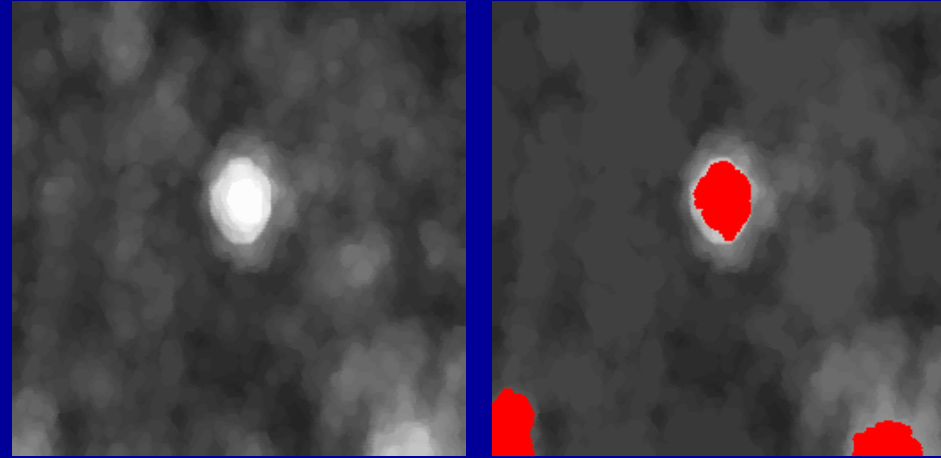
Sup des gradients



APPLICATIONS (6)

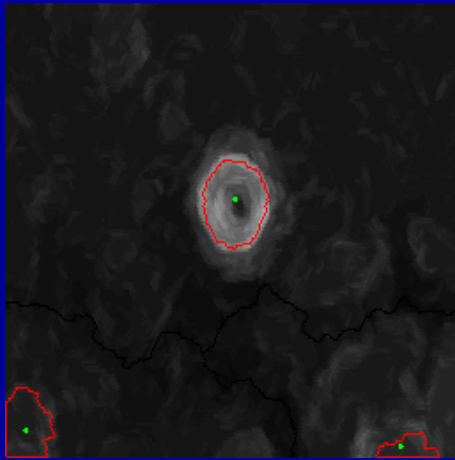
Marqueurs:

- Gouttes → maxima significatifs du sup filtré de toutes les sections
- Fond → LPE du sup des images (inversé)

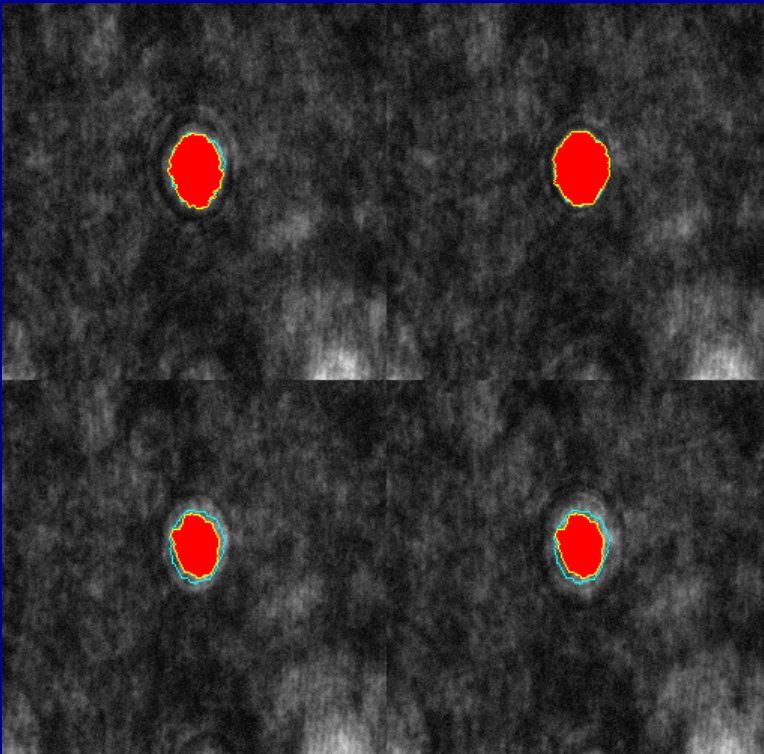
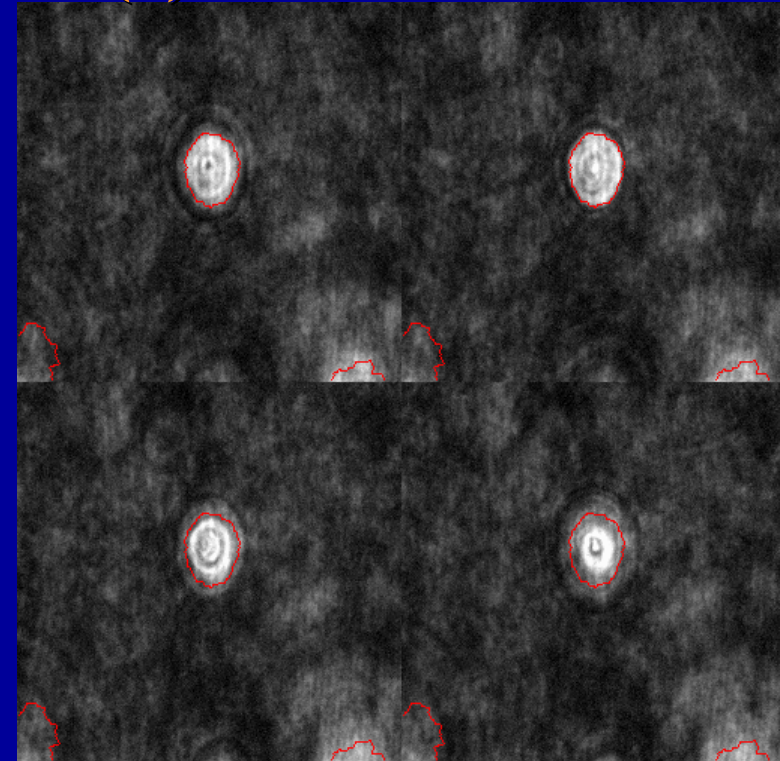


Cette LPE est une LPE contrôlée par marqueurs (les marqueurs de la LPE sont les marqueurs des gouttes)

APPLICATIONS (7)



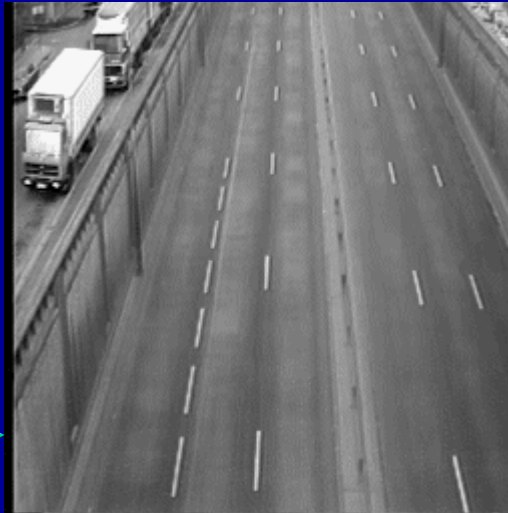
LPE finale (à gauche). La même LPE superposée aux différentes sections (à droite).



Pour trouver la meilleure section, une LPE du gradient contrôlée par marqueurs est réalisée sur chaque section avec le même ensemble marqueur (résultat en bleu) et le meilleur ajustement avec le contour précédent est déterminé. La section correspondante donne la coordonnée z de la goutte.

APPLICATIONS (8)

Segmentation de voies de circulation



Les marqueurs des voies sont obtenus grâce à un seuillage automatique. Le marqueur du fond est le complémentaire d'une dilatation.

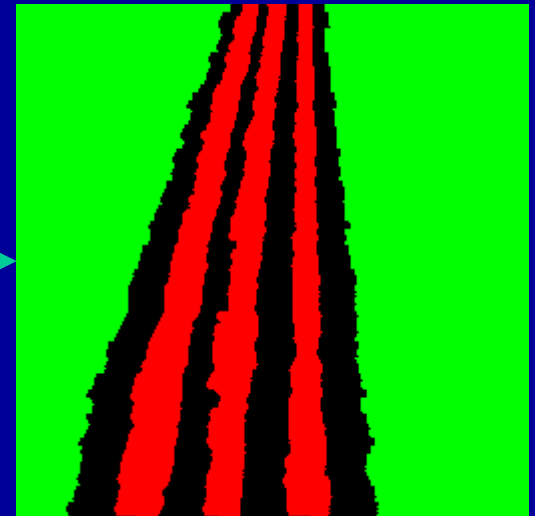
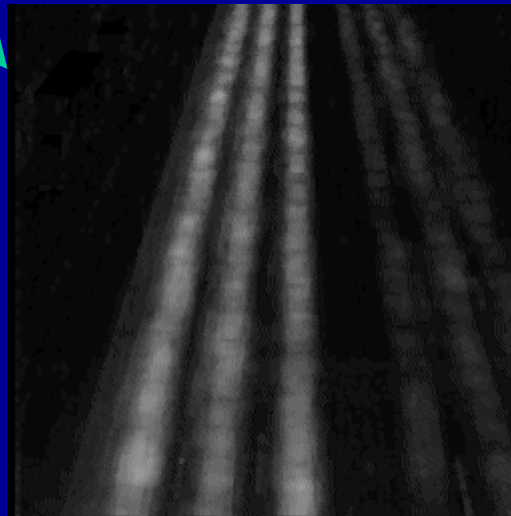
A partir d'une séquence de n images f_i , deux images sont générées:

- La moyenne,

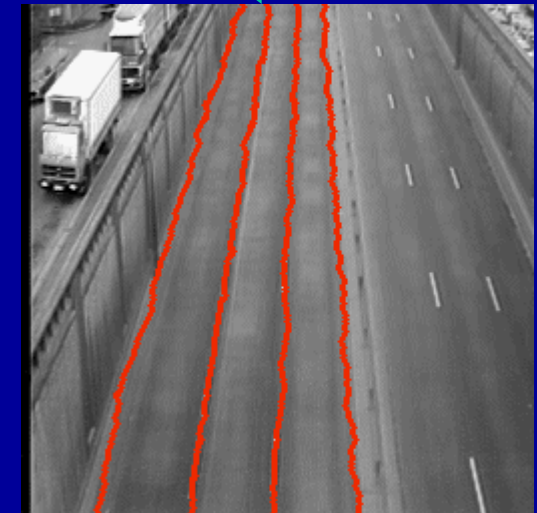
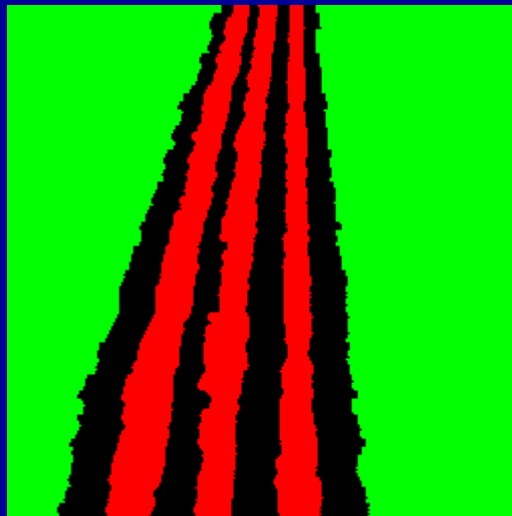
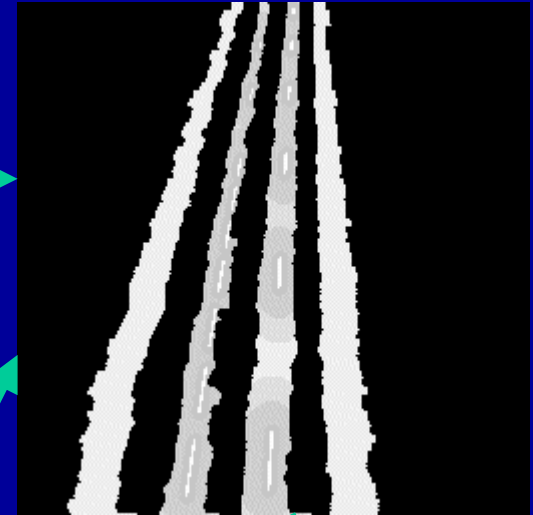
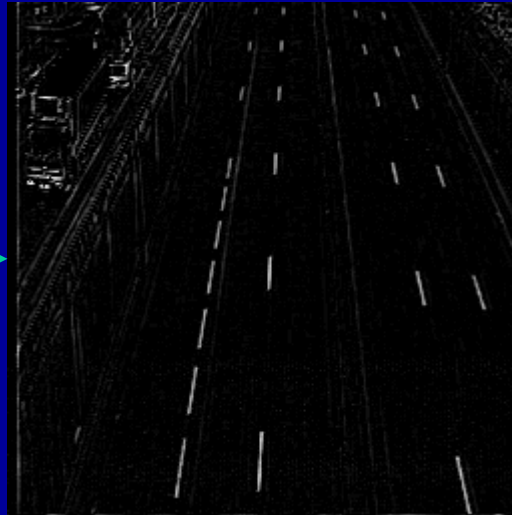
$$\Sigma f_i / n$$

- La moyenne des différences absolues,

$$\Sigma |f_i - f_j| / n$$



APPLICATIONS (9)

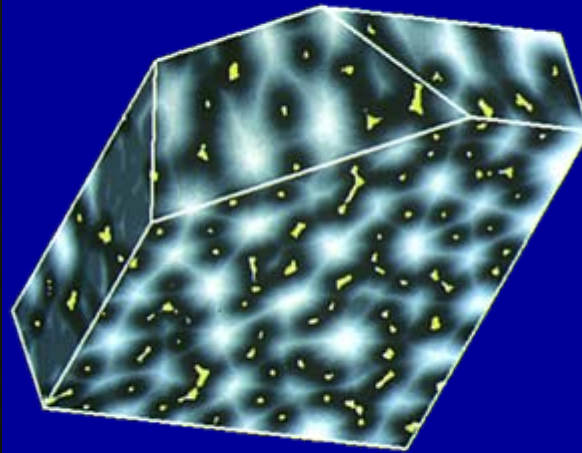
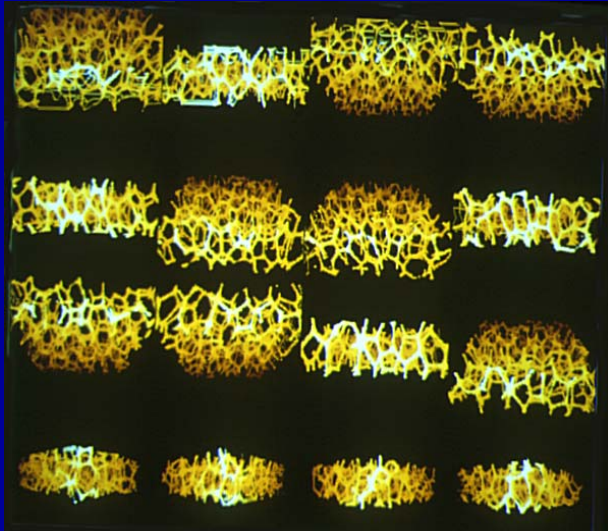


- Extraction du marquage au sol par une transformation chapeau haut-de-forme
- Calcul de la fonction distance du marquage au sol entre les marqueurs des voies
- LPE de la fonction distance

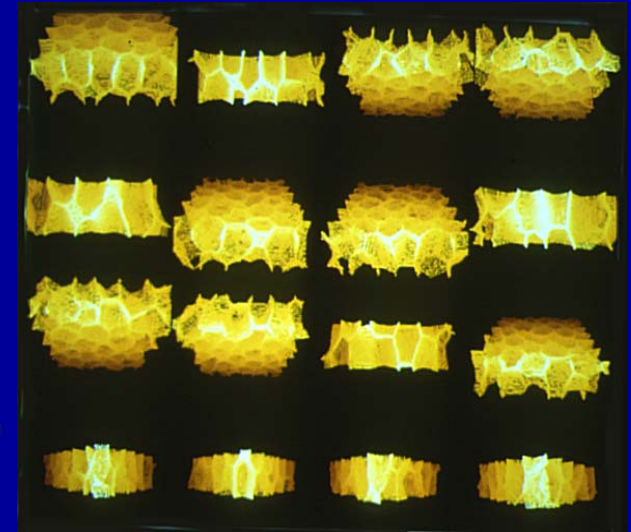
APPLICATIONS (10)

Segmentations 3D basées sur les fonctions distance

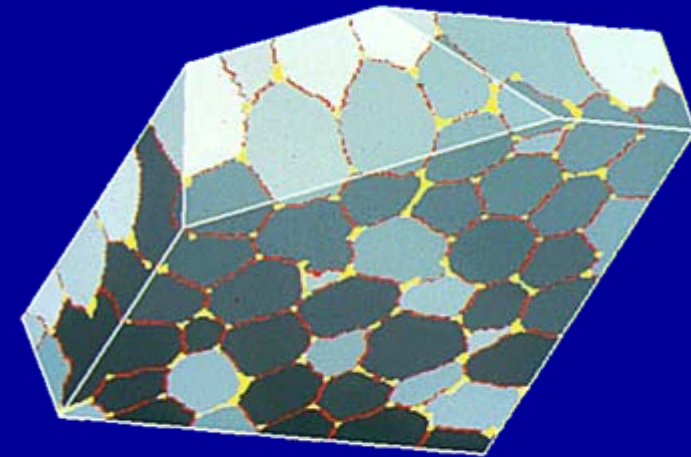
Mousse de polyester



Fonction distance



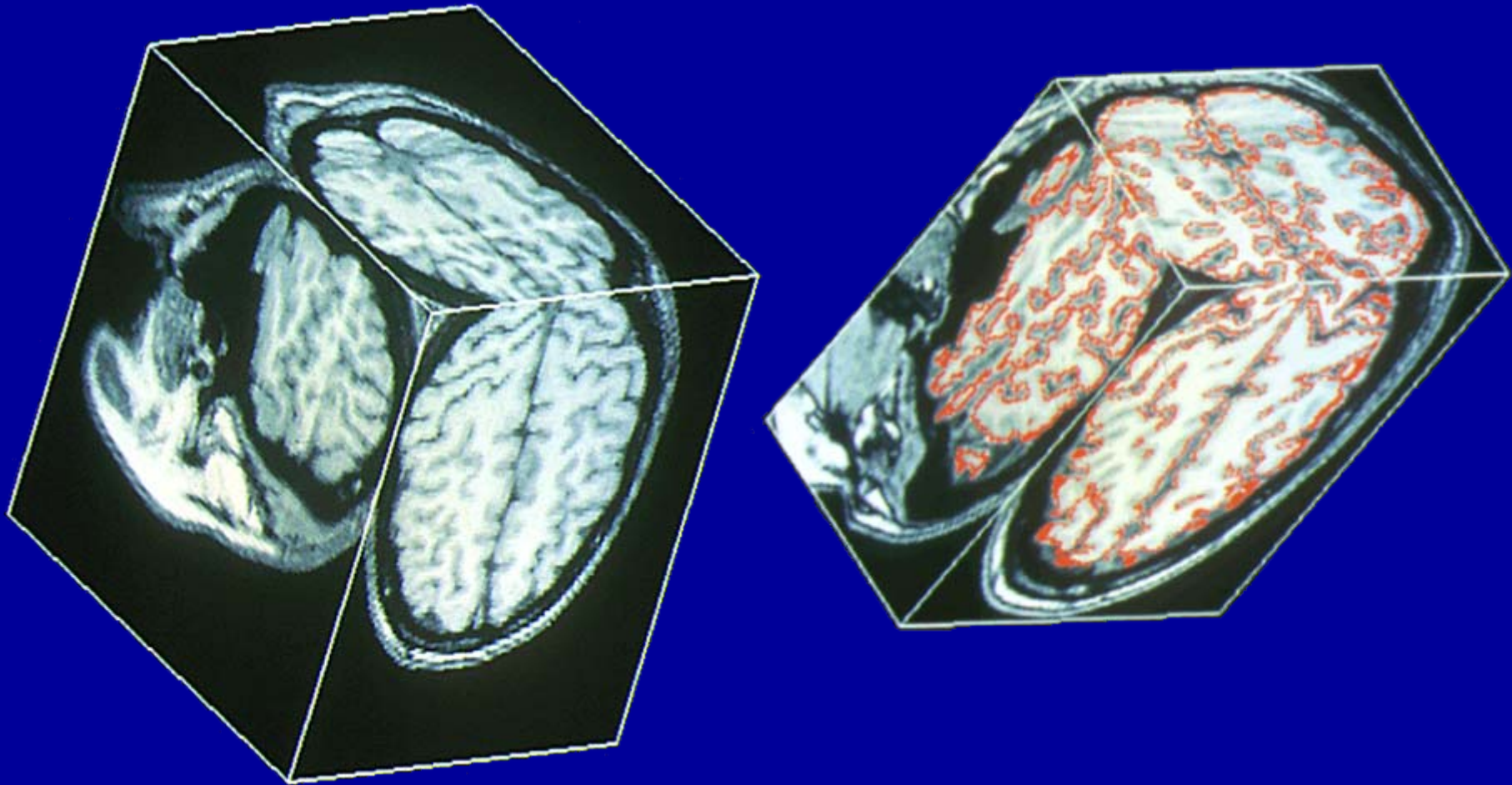
LPE 3D



APPLICATIONS (11)

Segmentations 3D basées sur les gradients

Image IRM 3D du cerveau



CRITERES BASES SUR DES RESIDUS NUMERIQUES

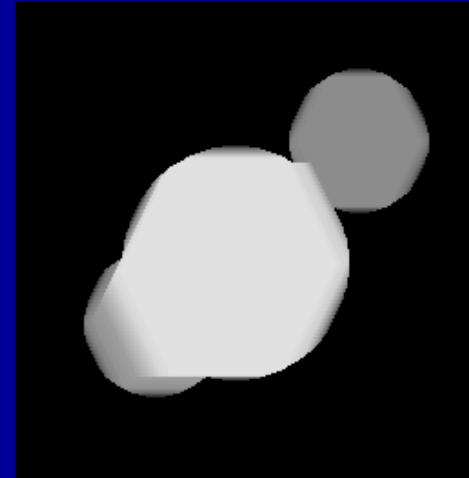
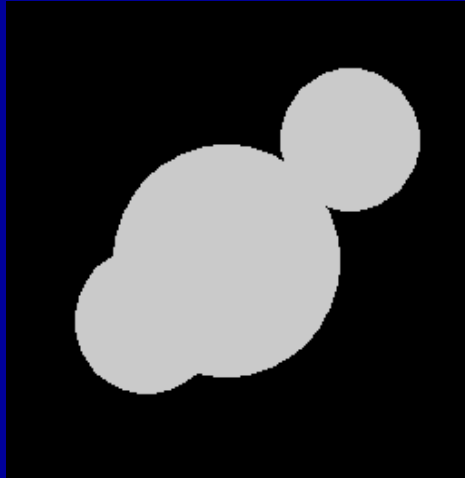
Partant de deux suites de transformations ψ_i et ζ_i
avec $\psi_i \geq \zeta_i$, on définit deux opérateurs:

- La transformation résiduelle $\theta = \text{Sup}_{i \in I} (\psi_i - \zeta_i)$
- Sa fonction associée $q = \arg \max (\psi_i - \zeta_i) + 1$

$\left. \begin{array}{l} \psi_i = \gamma_i \\ \zeta_i = \gamma_{i+1} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \theta \text{ est appelé ouvert ultime} \\ q \text{ est la fonction granulometrique} \end{array}$

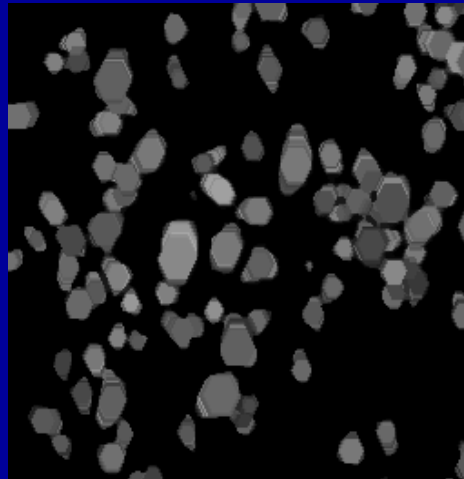
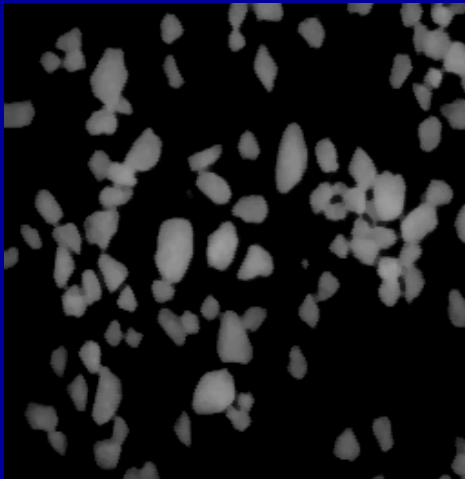
$\left. \begin{array}{l} \psi_i = \varepsilon_i \\ \zeta_i = \varepsilon_{i+1} \end{array} \right\} \rightarrow q \text{ est appelée quasi- distance.}$

OUVERT ULTIME ENSEMBLISTE

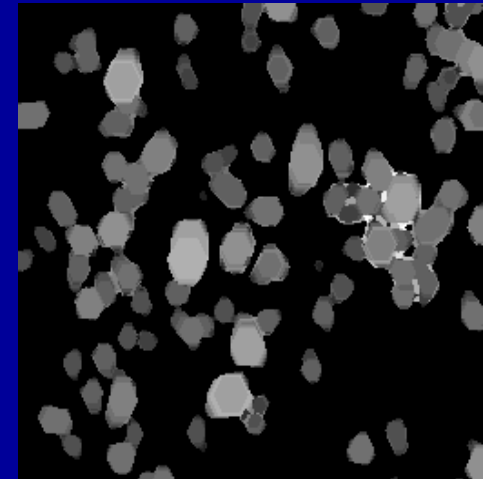


q

Fonction associée à l'ouvert ultime d'un ensemble



θ

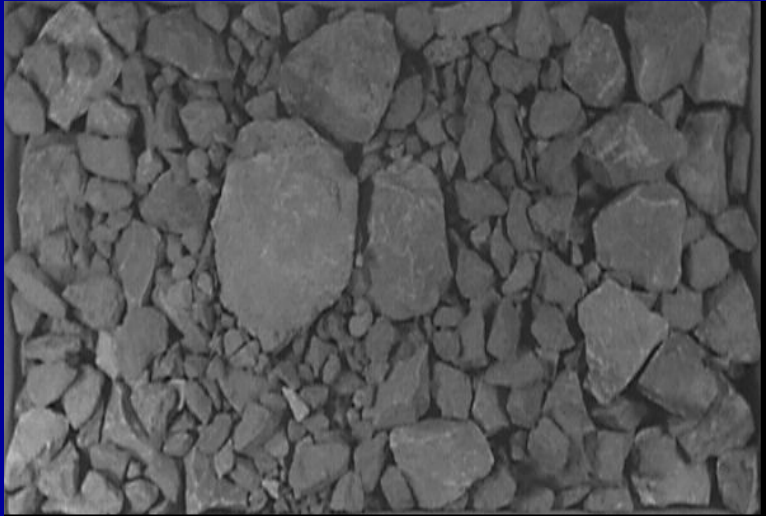


q

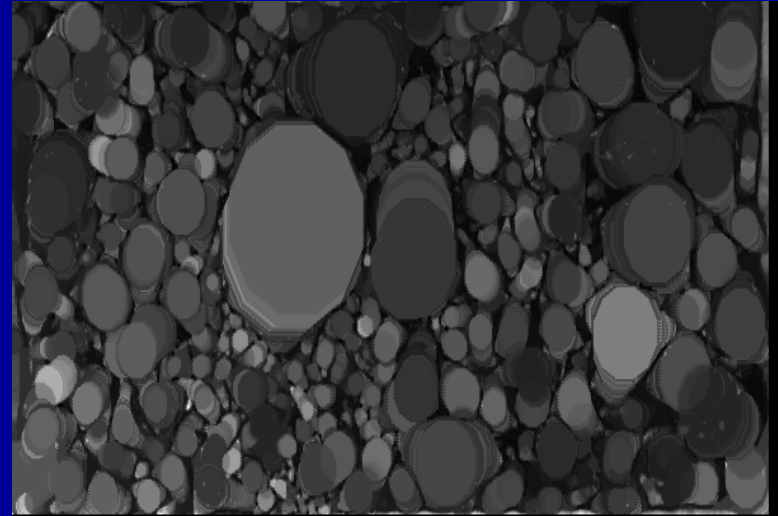
Ouvert ultime numérique et fonction associée

OUVERT ULTIME

FONCTION GRANULOMETRIQUE

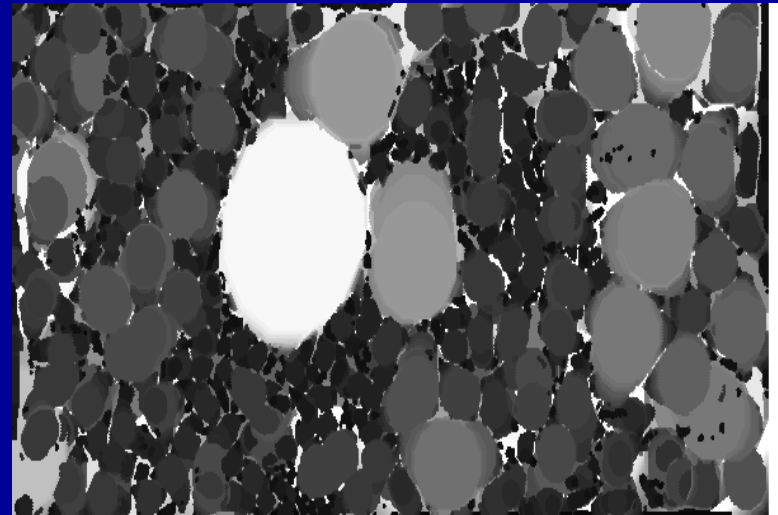


Rochers en tas



Oouvert ultime

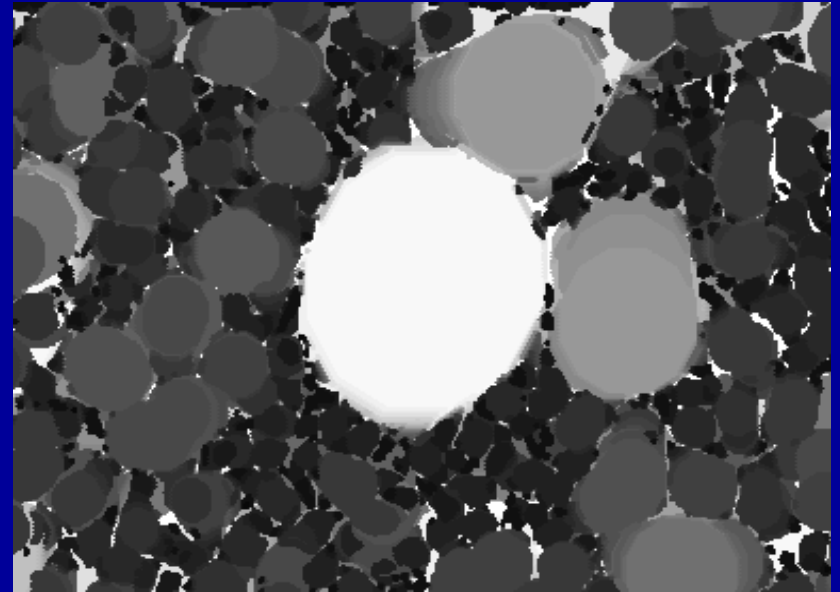
En tout point x , $q(x)$ est égal (à l'unité près) au rayon du plus grand cylindre significatif couvant x



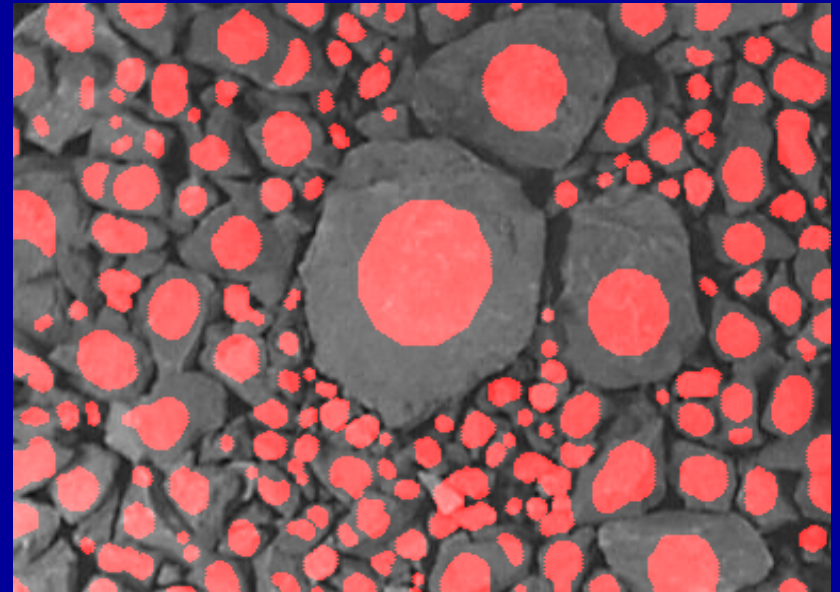
Fonction granulometrique

GENERATION DES MARQUEURS

Chaque seuil λ de la fonction granulométrique q est érodé par un disque de taille $k\lambda$ ($k < 1$)

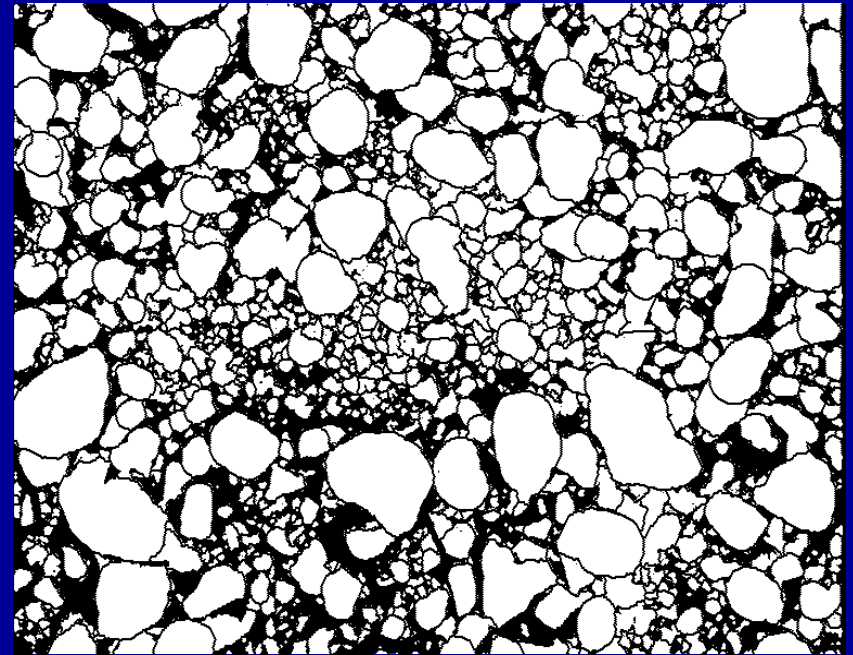
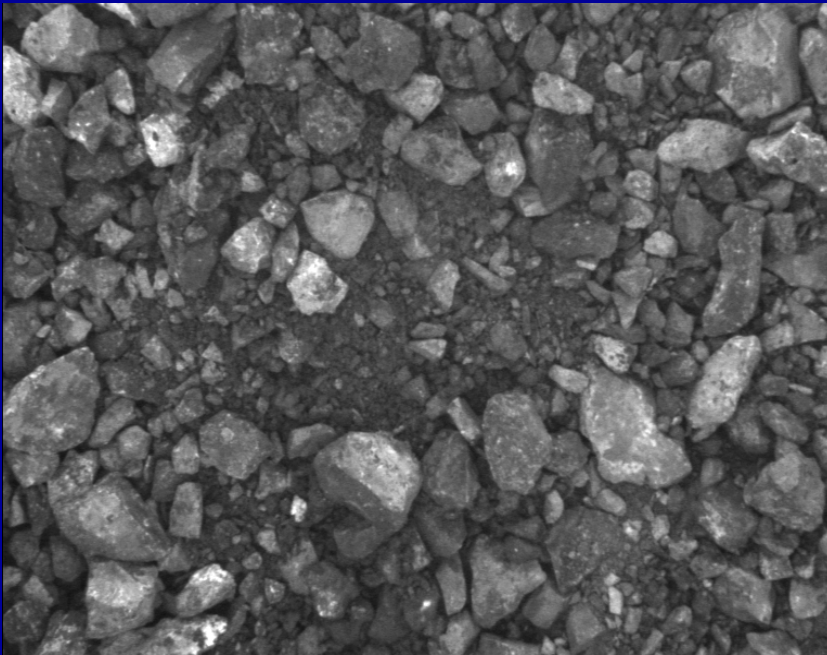


Cette opération génère des marqueurs des blocs dont la taille est proportionnelle à la taille du bloc

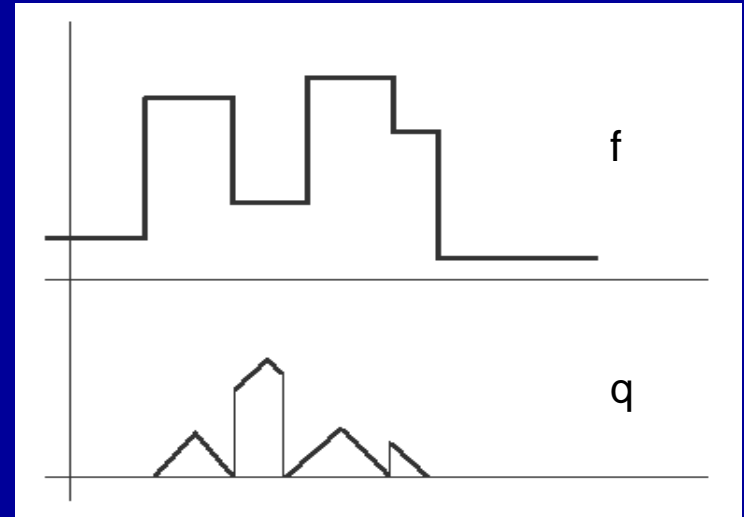
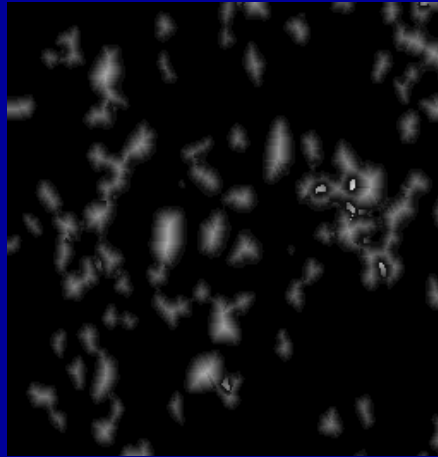
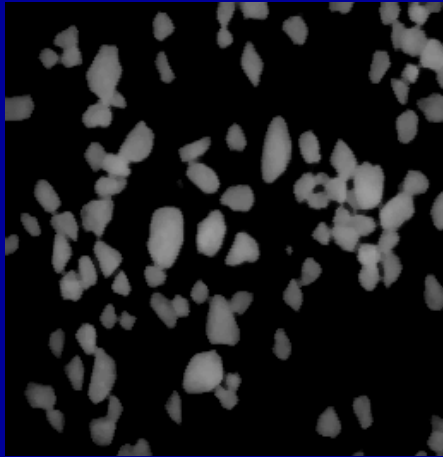


SEGMENTATION DES BLOCS

Les marqueurs extraits de la fonction granulometrique fournissent des germes précieux pour la segmentation par LPE contrôlée par ces marqueurs (des critères de taille et de contraste peuvent être mélangés).



QUASI-DISTANCE



Des distances « perchées » apparaissent.

La quasi-distance n'est pas 1-Lipschitzienne.

On peut rendre la quasi-distance 1-Lipschitzienne par un opérateur itératif de « descente » des distances perchées.

- **En tout point x où $[q - \varepsilon(q)](x) > 1$, faire $q(x) = \varepsilon(q)(x) + 1$**
- **Réitérer jusqu'à idempotence.**

CORRECTION DE LA QUASI-DISTANCE

Quasi-distances brute et corrigée

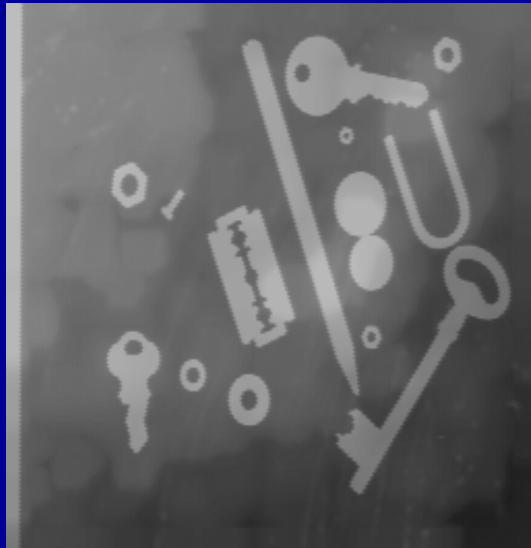
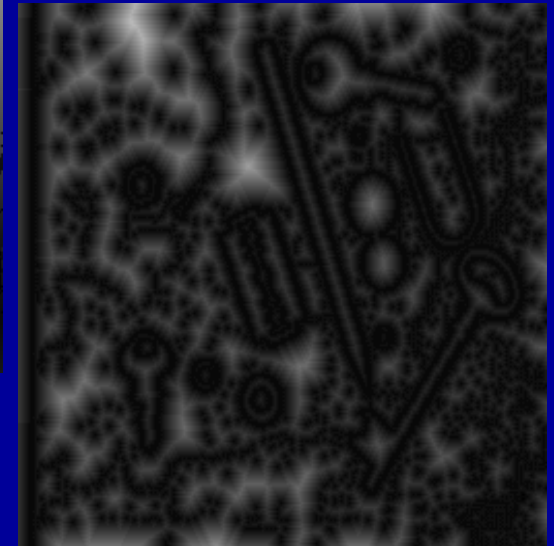


Image initiale



**Quasi-distance
brute**

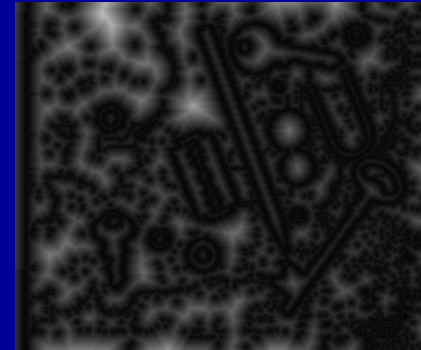
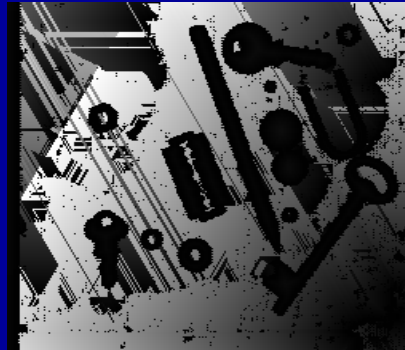


Quasi-distance corrigée

QUASI-DISTANCES

La quasi-distance (corrigée) sur une image à teintes de gris indique la taille des régions relativement plates (homogènes)

→ Marqueurs d'une segmentation basée sur la taille et la forme.



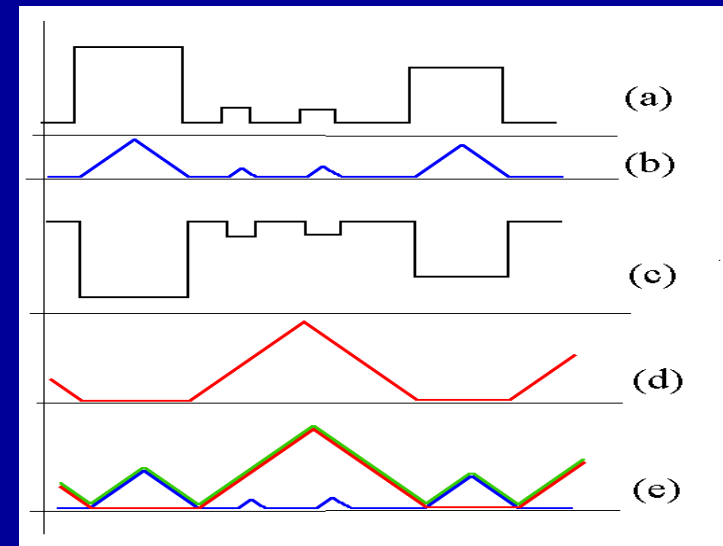
- Les quasi-distances sont calculées à la fois sur l'image et son complément

→ d, d'

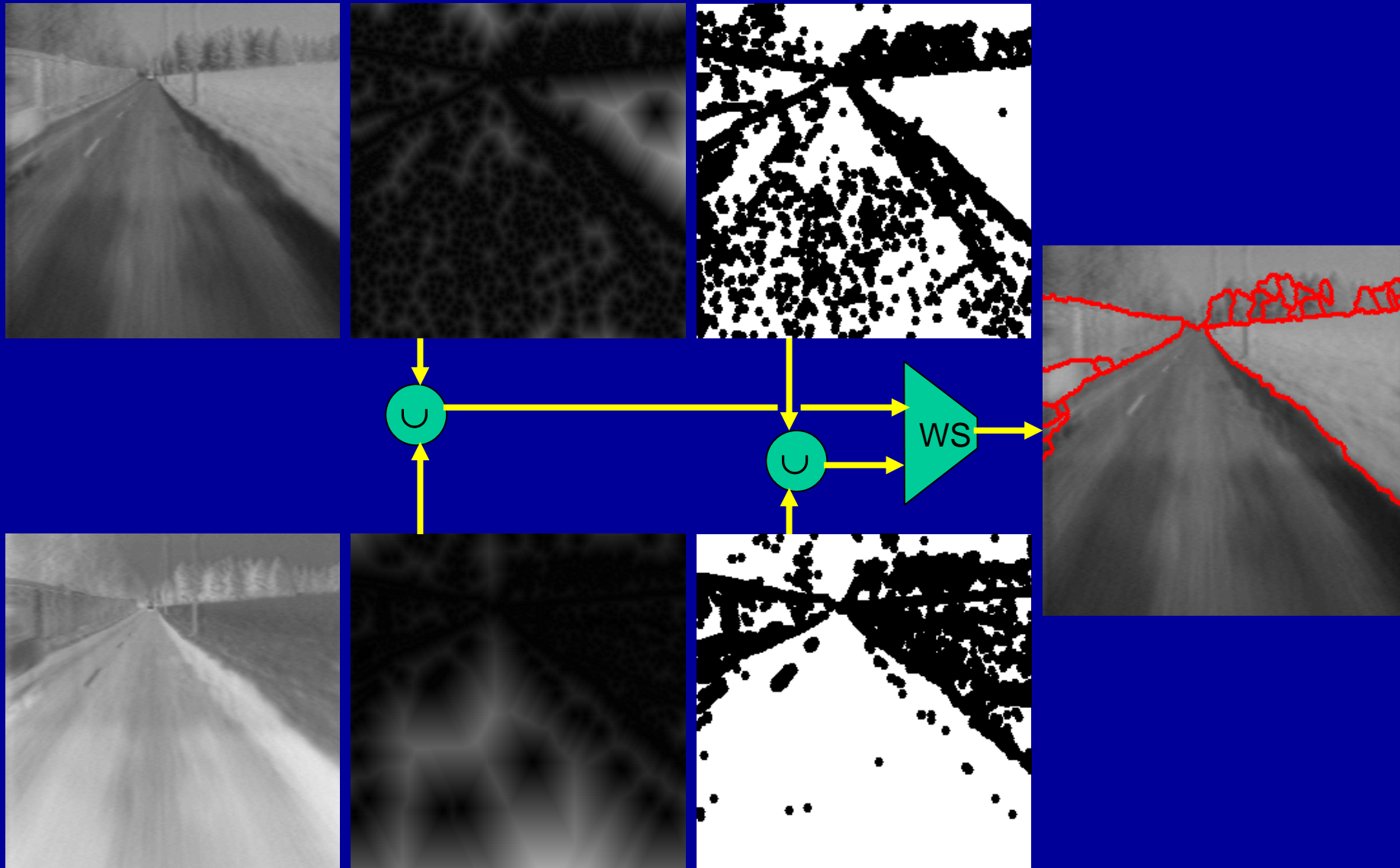
- Sup des résultats → $h = \sup(d, d')$

- Extraction des marqueurs (maxima ou seuil)

- LPE de h



SEGMENTATION AVEC DES QUASI-DISTANCES



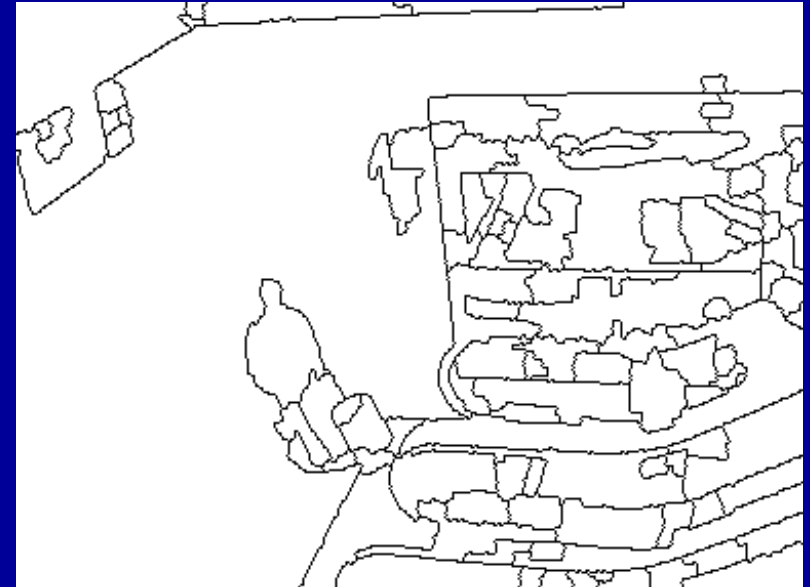
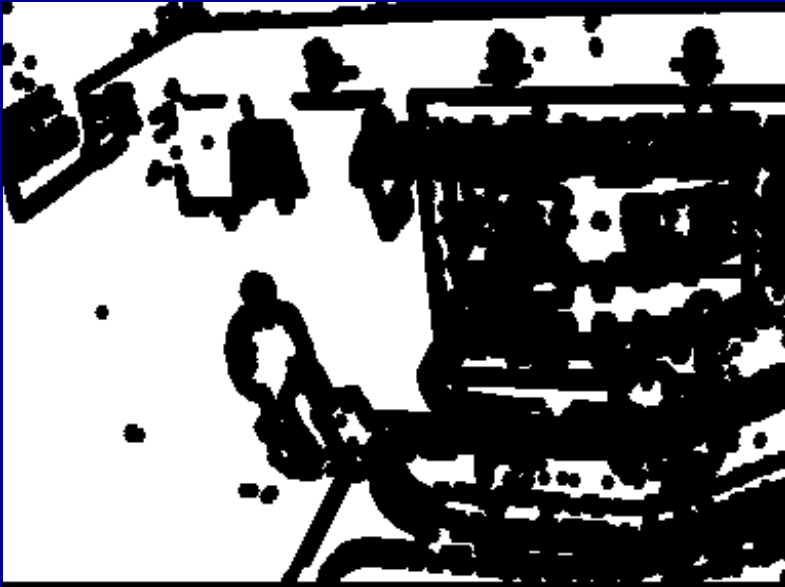
AUTRE EXEMPLE



- Scène de video surveillance
- Quasi-distance
- Quasi-distance de l'image inversée



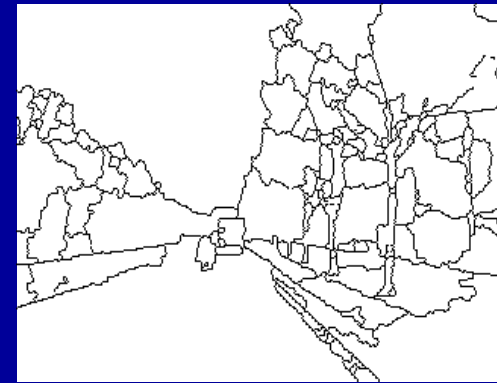
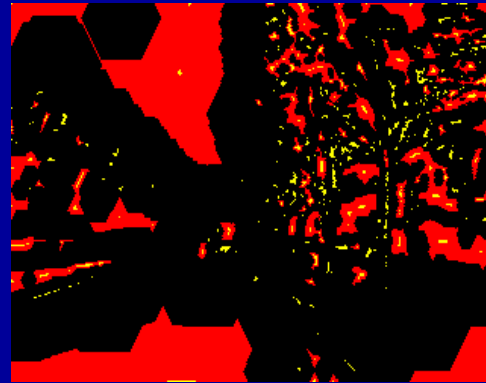
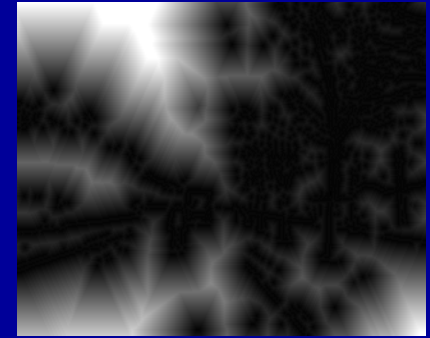
AUTRE EXEMPLE (2)



- Marqueurs des régions (gauche)
- LPE du sup des quasi-distances (en haut à droite)
- Les régions en mouvement sont détectées (en bas à droite)



GRADIENT ET QUASI-DISTANCE

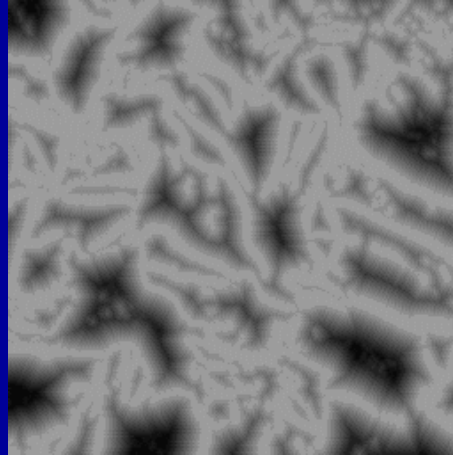
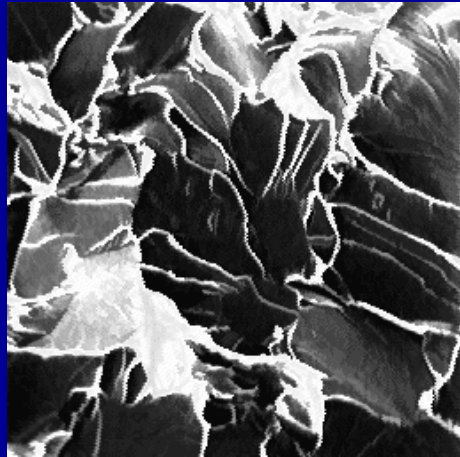


La quasi-distance peut être calculée sur le gradient inversé

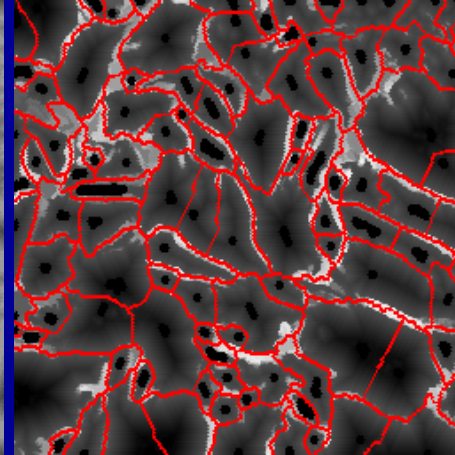
- Une seule quasi-distance est calculée
- Hiérarchie des régions basée sur leur contraste relatif (comme dans l'algorithme des cascades)
- La forme des régions est prise en compte (fermeture des régions pas totalement fermées)

APPLICATIONS DETAILLEES

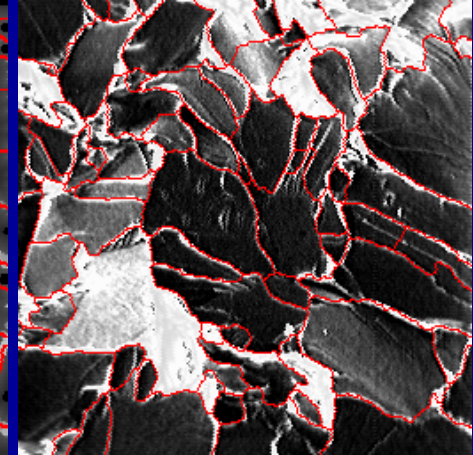
Fractures de clivage dans des images MEB d'acier



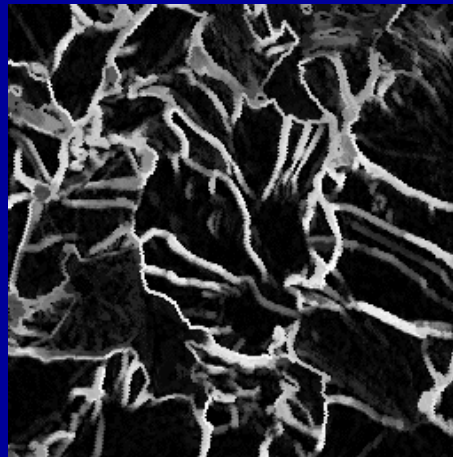
Fonction distance



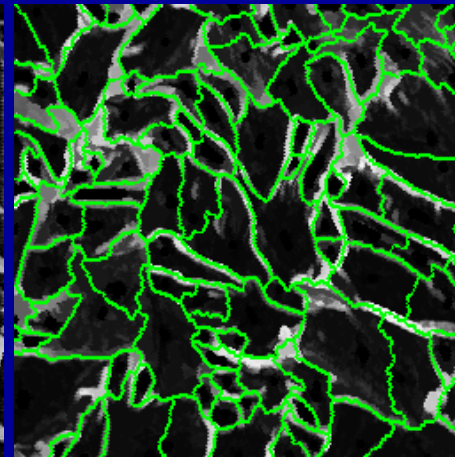
Première LPE



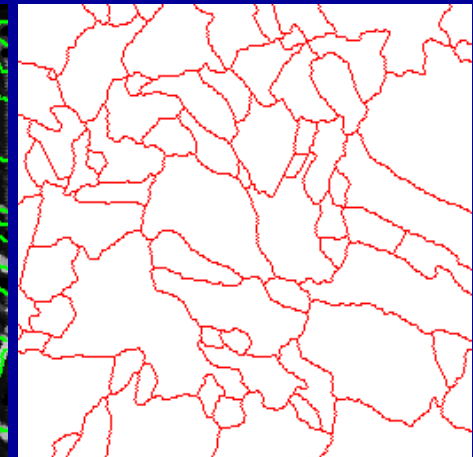
Barrages communs
aux deux LPE



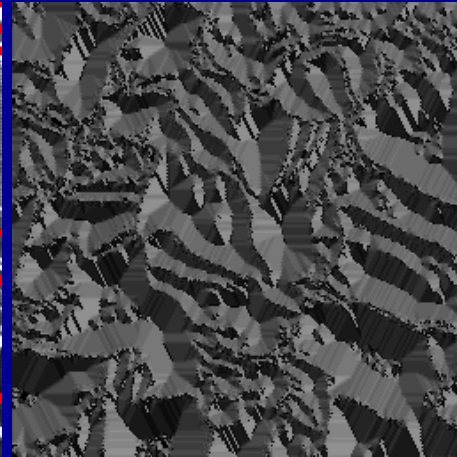
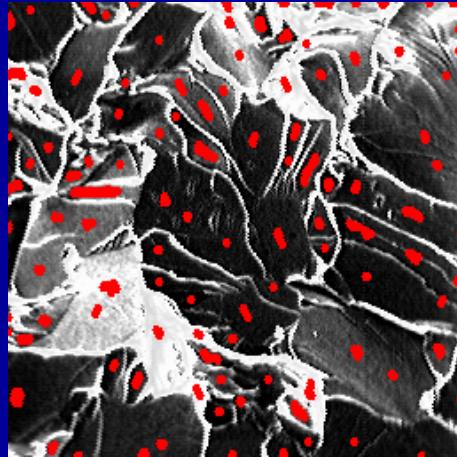
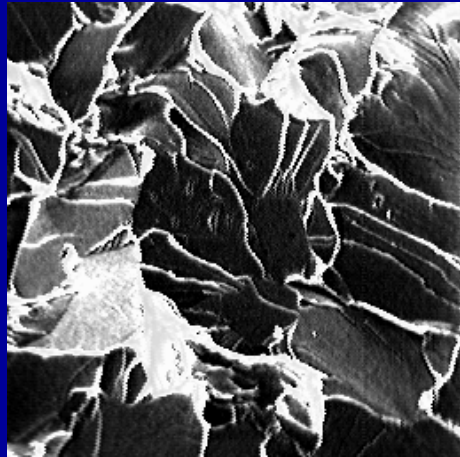
Fonction contraste



Seconde LPE



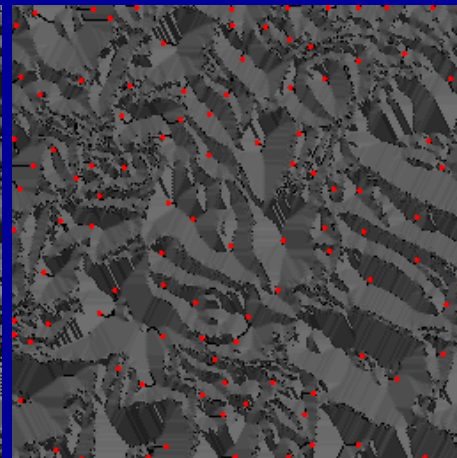
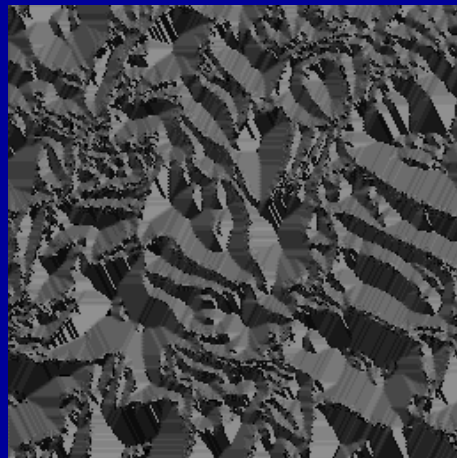
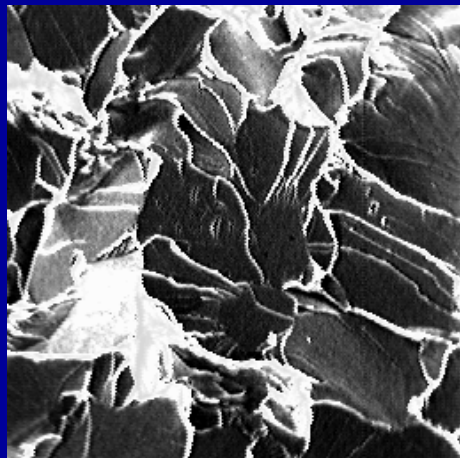
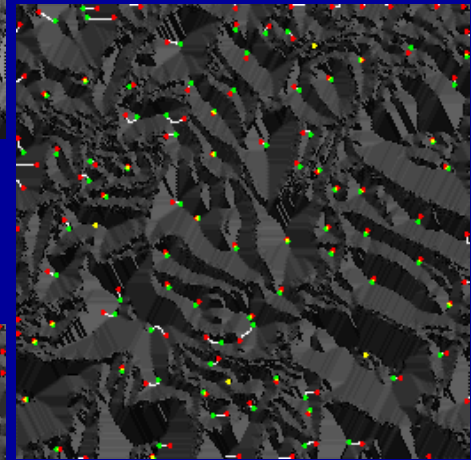
APPLICATIONS DETAILLES (2)



Paire stéréoscopique

Marqueurs de la première image

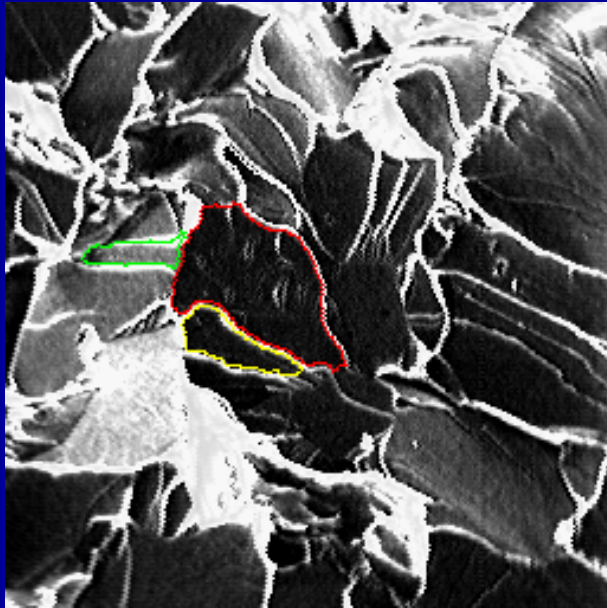
Azimuts de la fonction distance



Azimuts (2ème image)

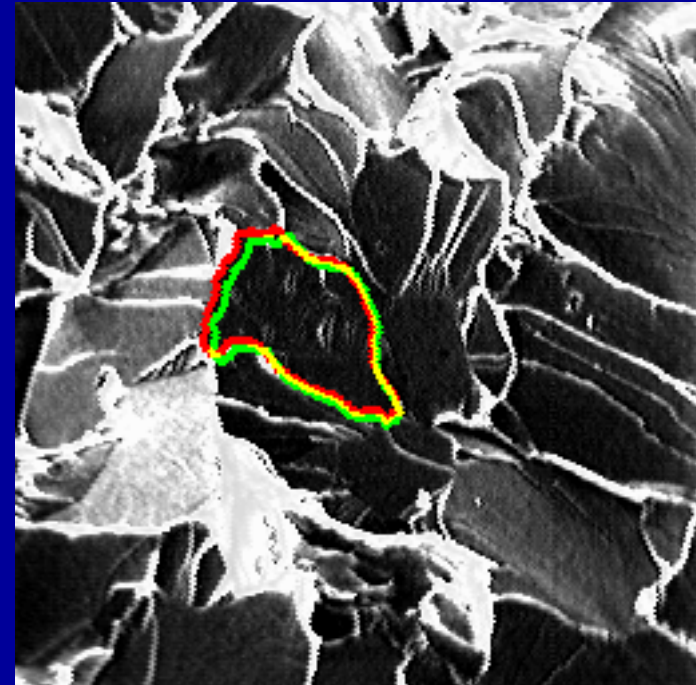
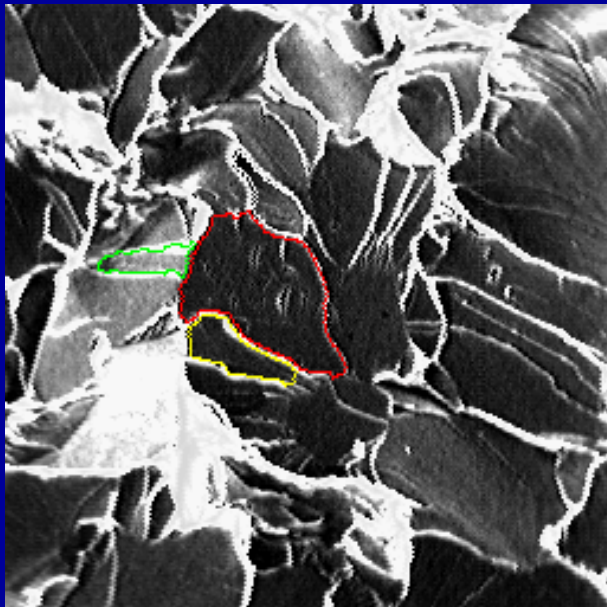
Les marqueurs de la première image sont jetés sur la seconde... et migrent selon la plus grande pente pour donner les nouveaux marqueurs (en vert).

APPLICATIONS DETAILLEES (3)



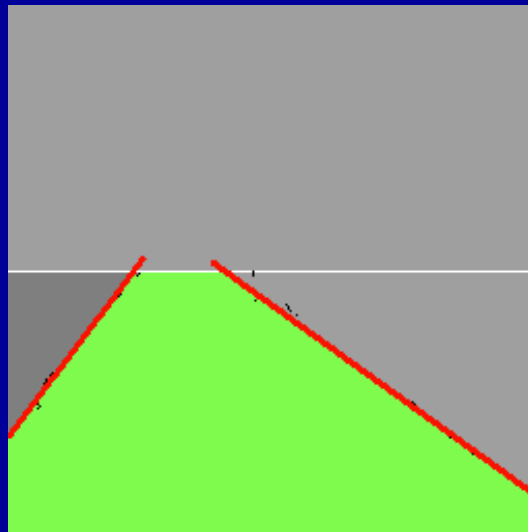
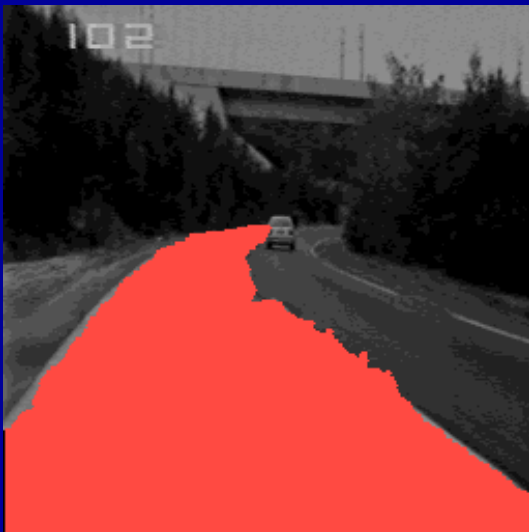
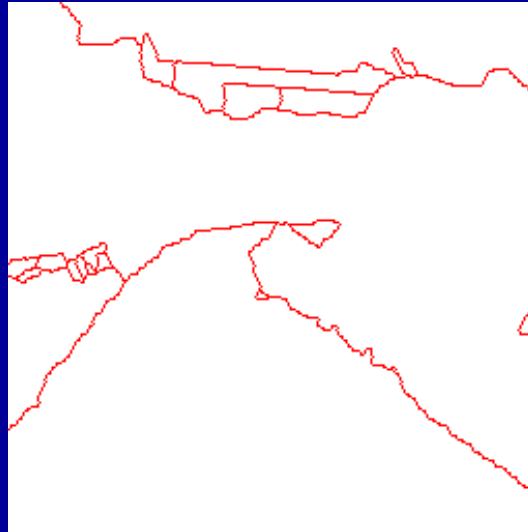
A droite, contours de facettes sur la première image et leurs homologues sur la seconde image.

Ci-dessous, le déplacement d'une facette qui peut être mesuré, permettant ainsi le calcul de son élévation.



APPLICATIONS DETAILLEES (4)

Le projet PROMETHEUS



Segmentation de route et détection d'obstacle

Deux phases:

- segmentation primaire de la route ou de la voie (LPE hiérarchique). Aucune information n'est partagée entre les images de la séquence
- Définition d'un modèle de route/voie (parfois très élémentaire) et utilisation de ce modèle pour construire des marqueurs utilisés dans la segmentation de l'image suivante.

APPLICATIONS DETAILLEES (5)

Première Phase

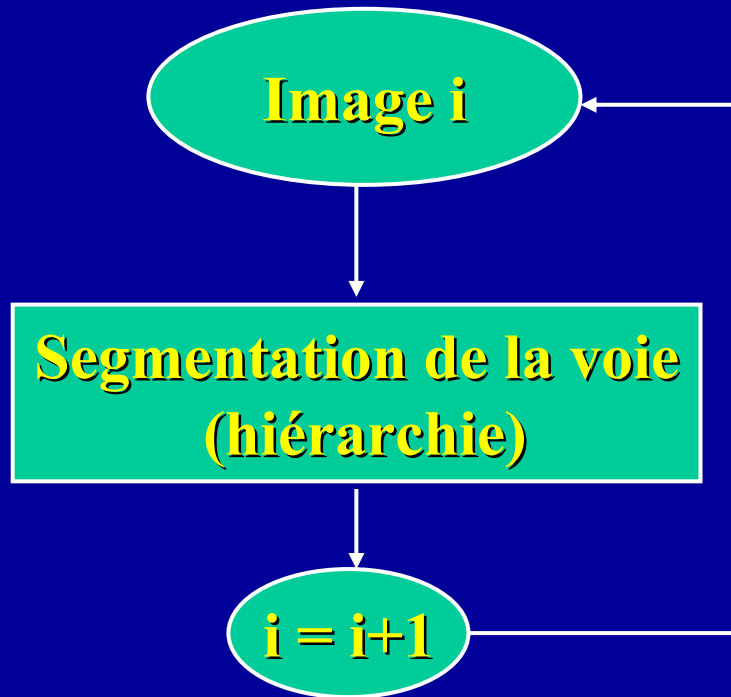
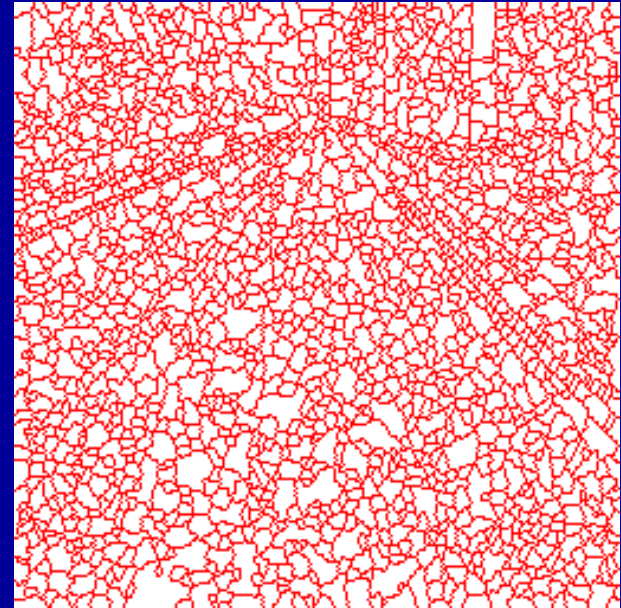
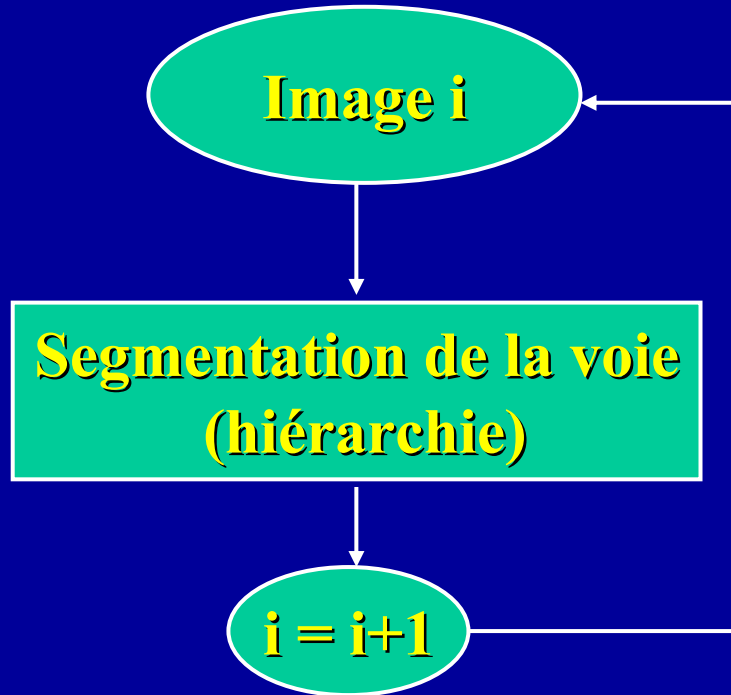


Image initiale

APPLICATIONS DETAILLEES (5)

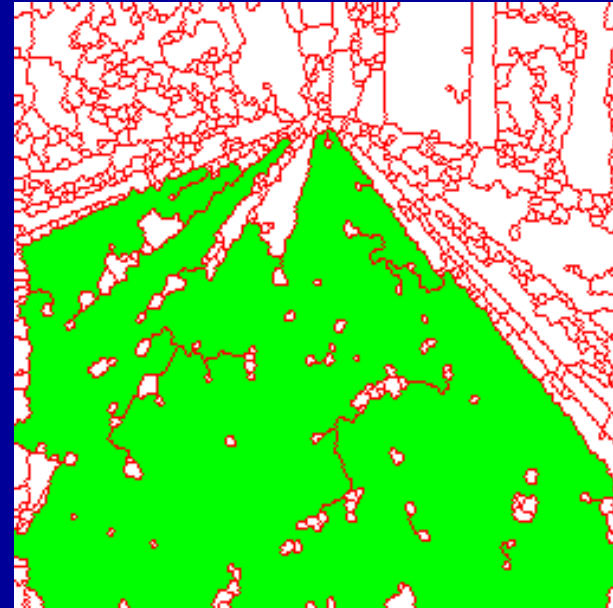
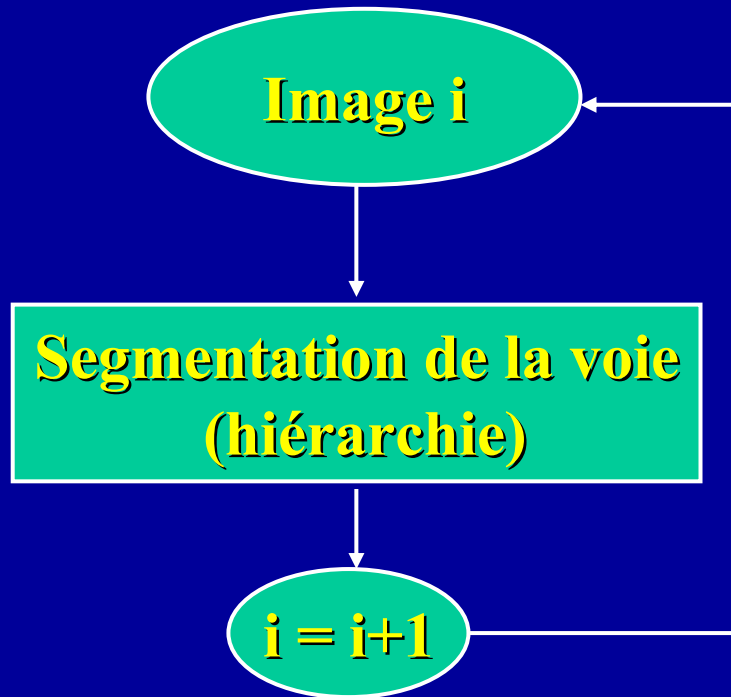
Première Phase



Première segmentation

APPLICATIONS DETAILLEES (5)

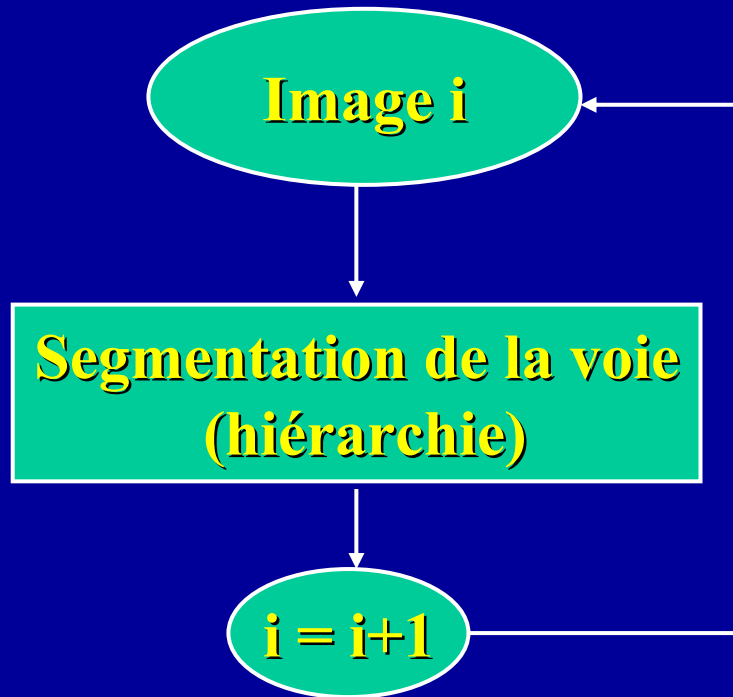
Première Phase



**Second niveau de hiérarchie
et extraction du marqueur**

APPLICATIONS DETAILLEES (5)

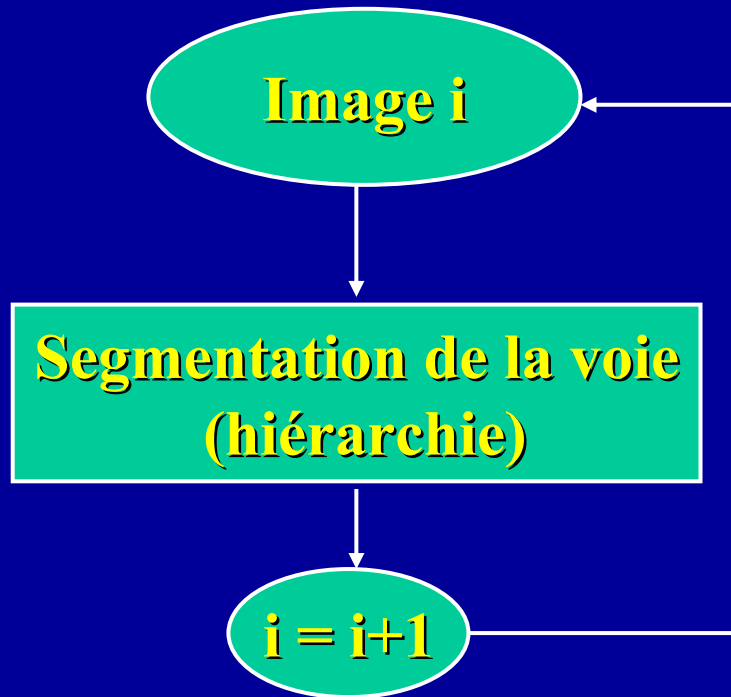
Première Phase



Securité et exemple de l'application hiérarchique et extraction de la séquence de leur complète

APPLICATIONS DETAILLEES (5)

Première Phase



Segmentation finale

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

Phase II

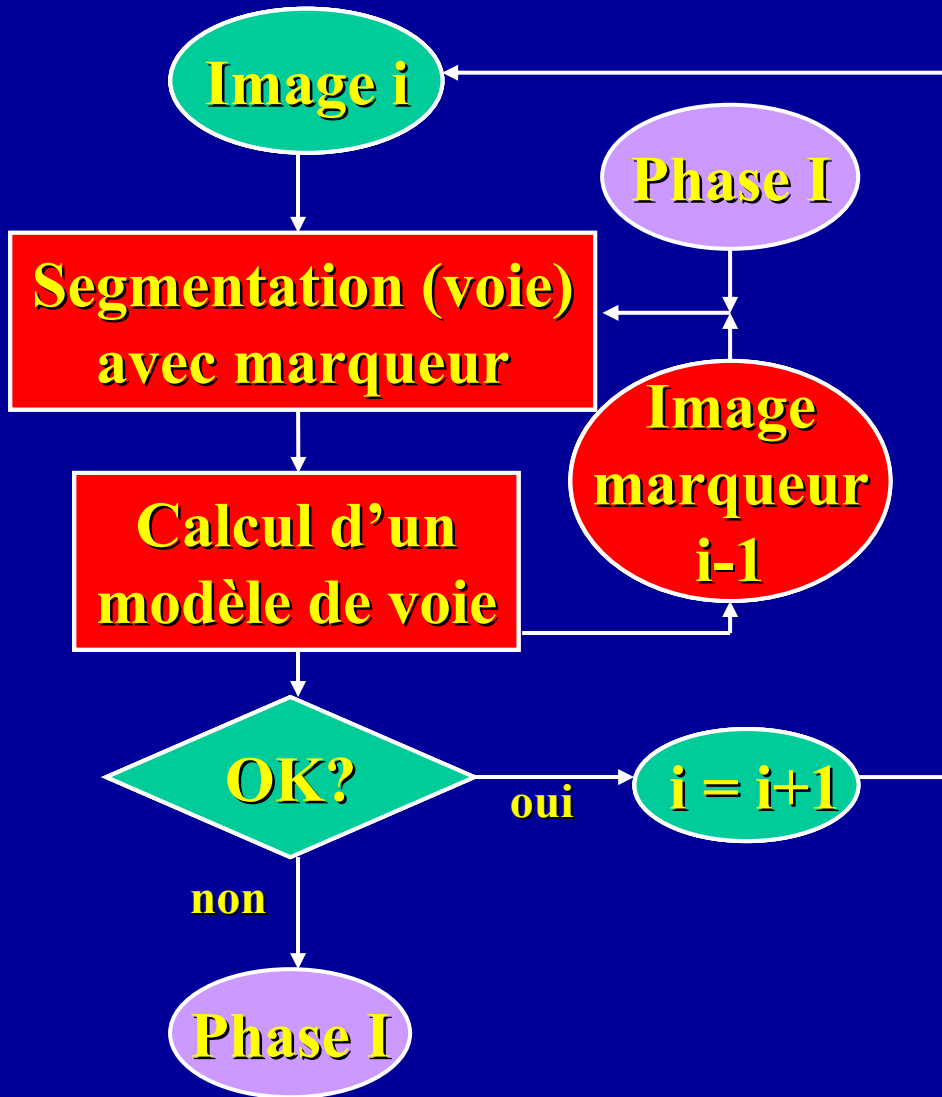
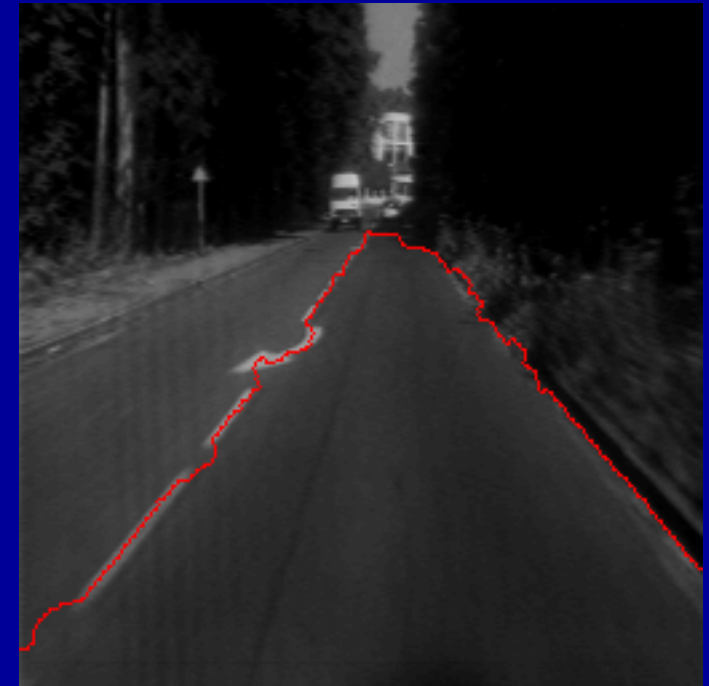
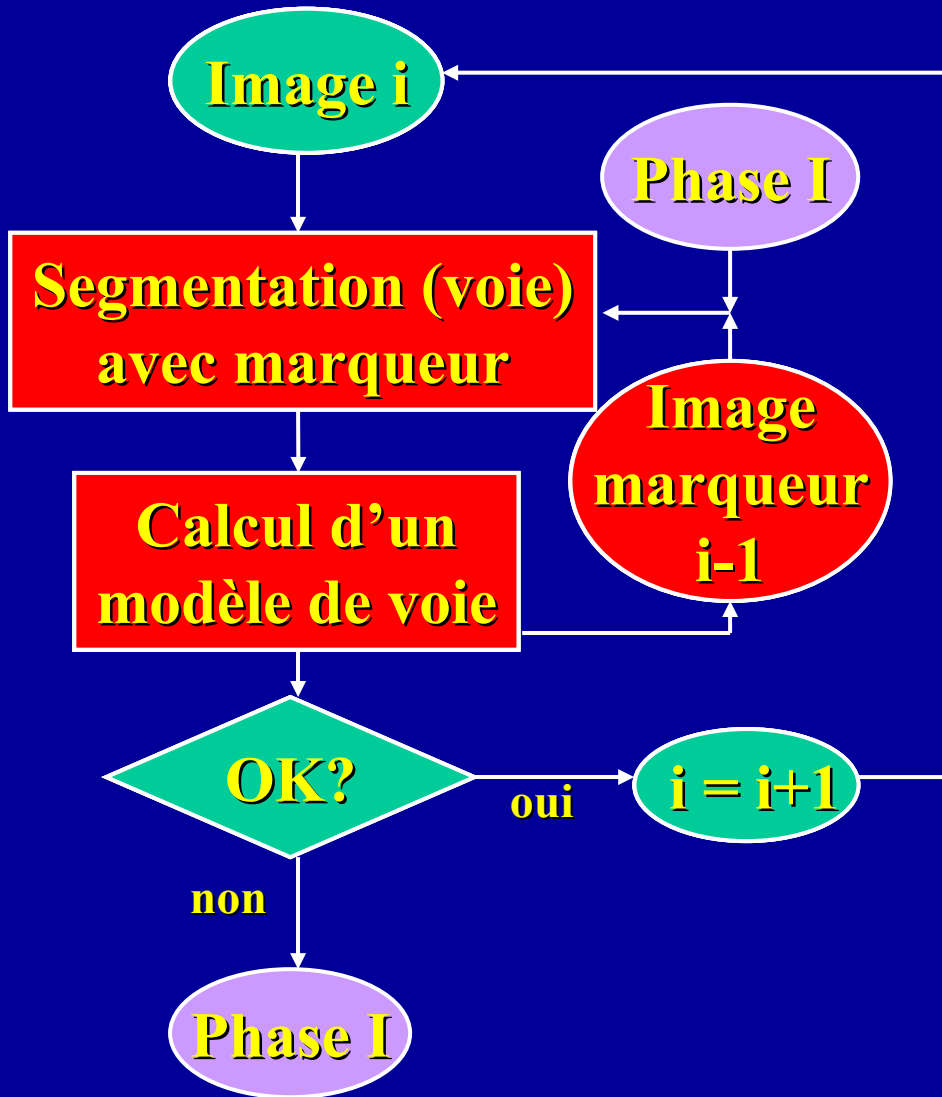


Image de la séquence à l'instant i

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

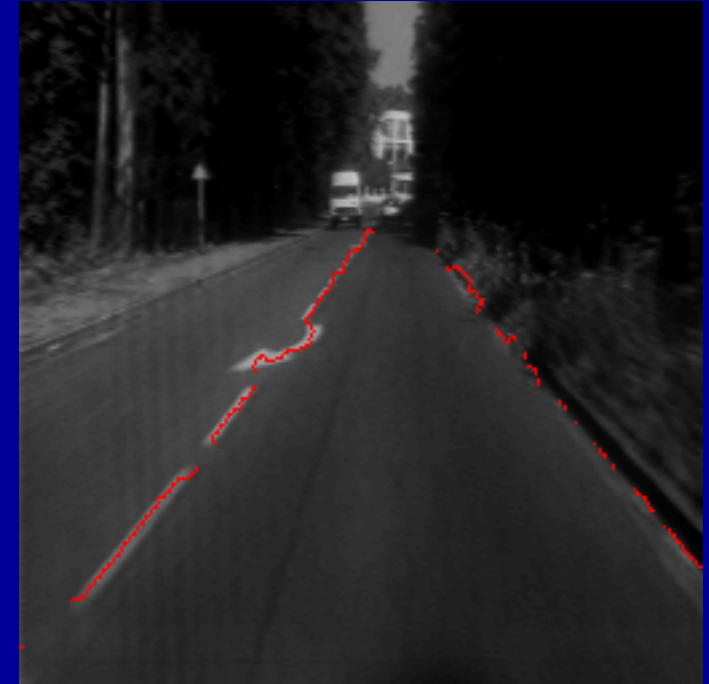
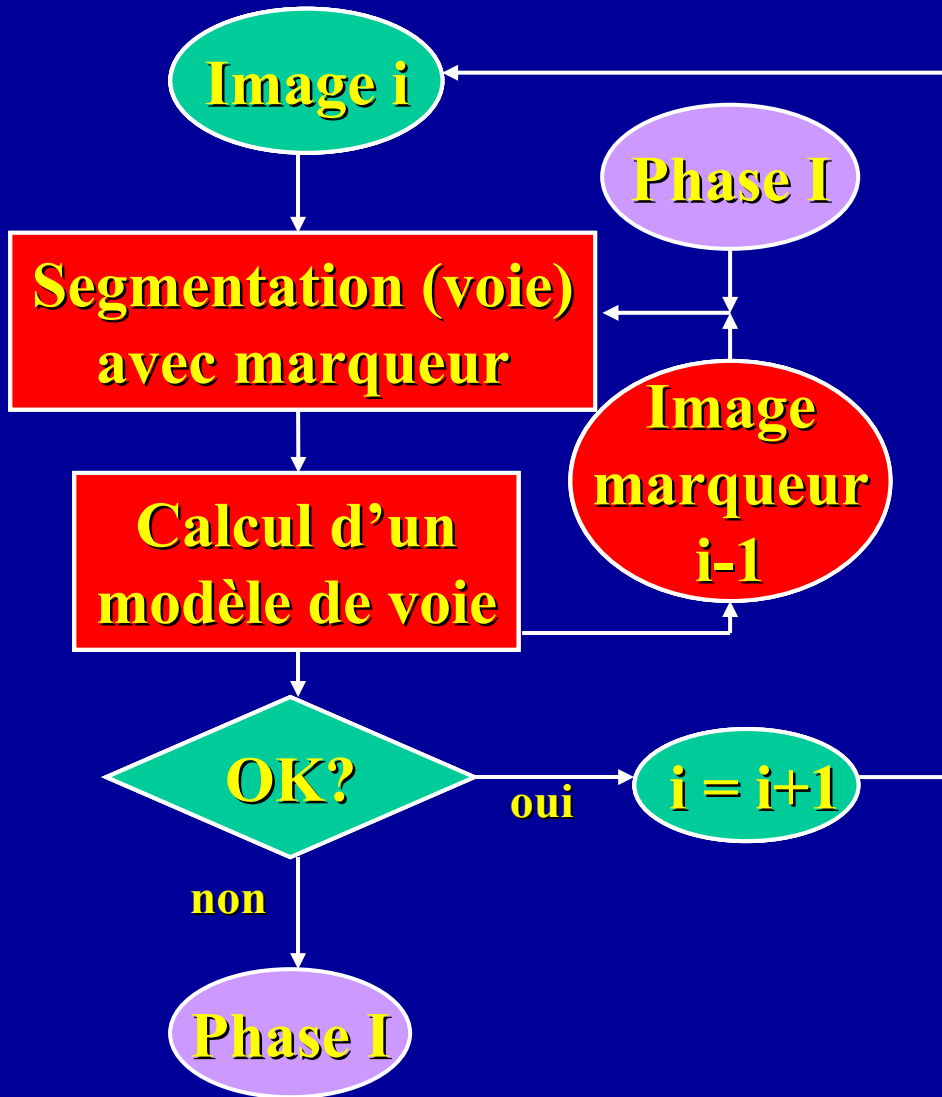
Phase II



Segmentation de la voie par LPE (marqueur généré par l'image précédente)

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

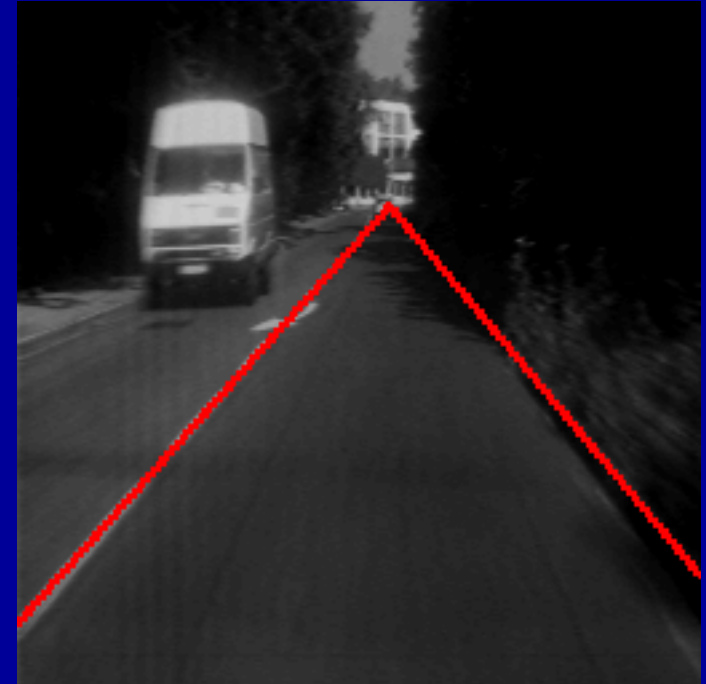
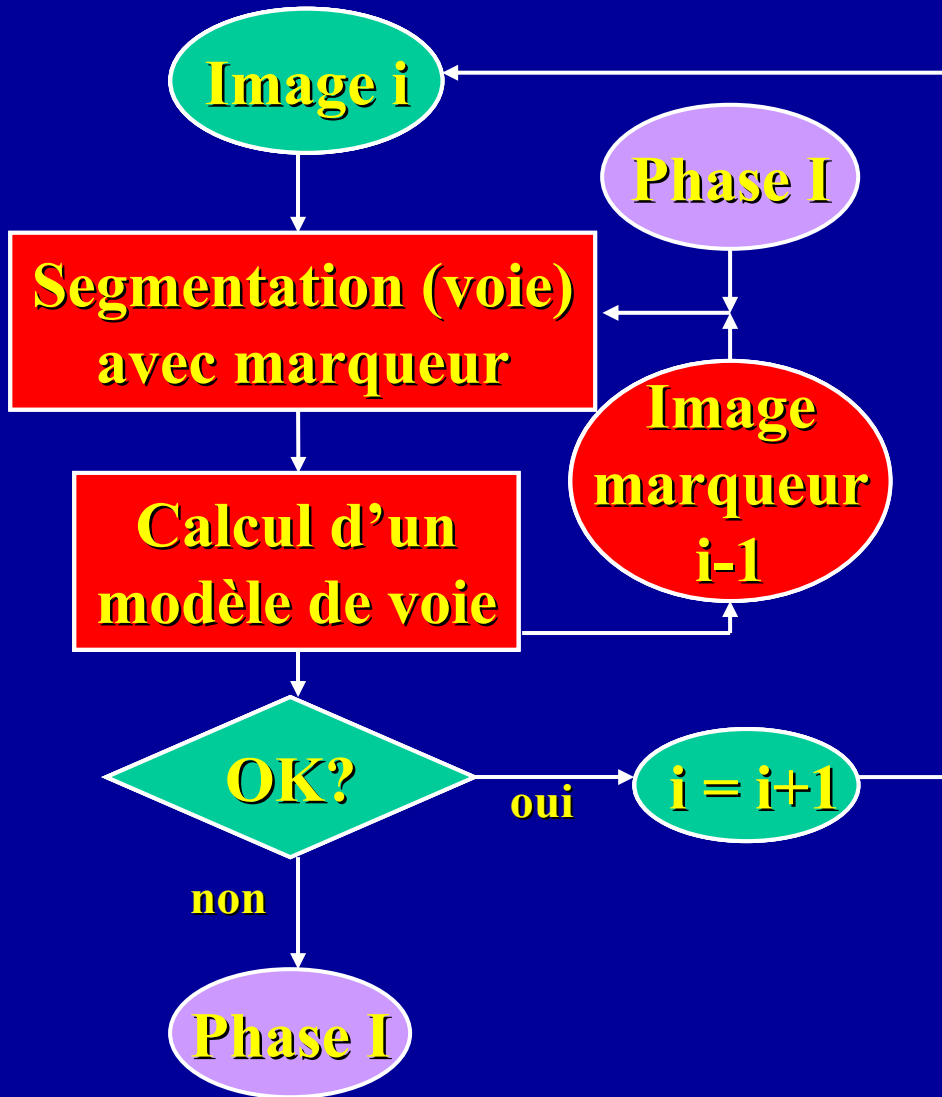
Phase II



Les pixels appartenant au contours de la voie sont sélectionnés...

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

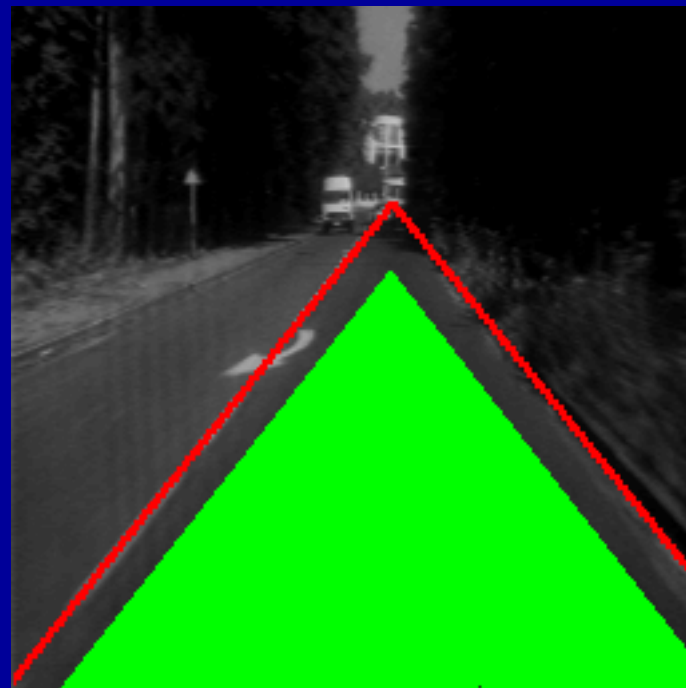
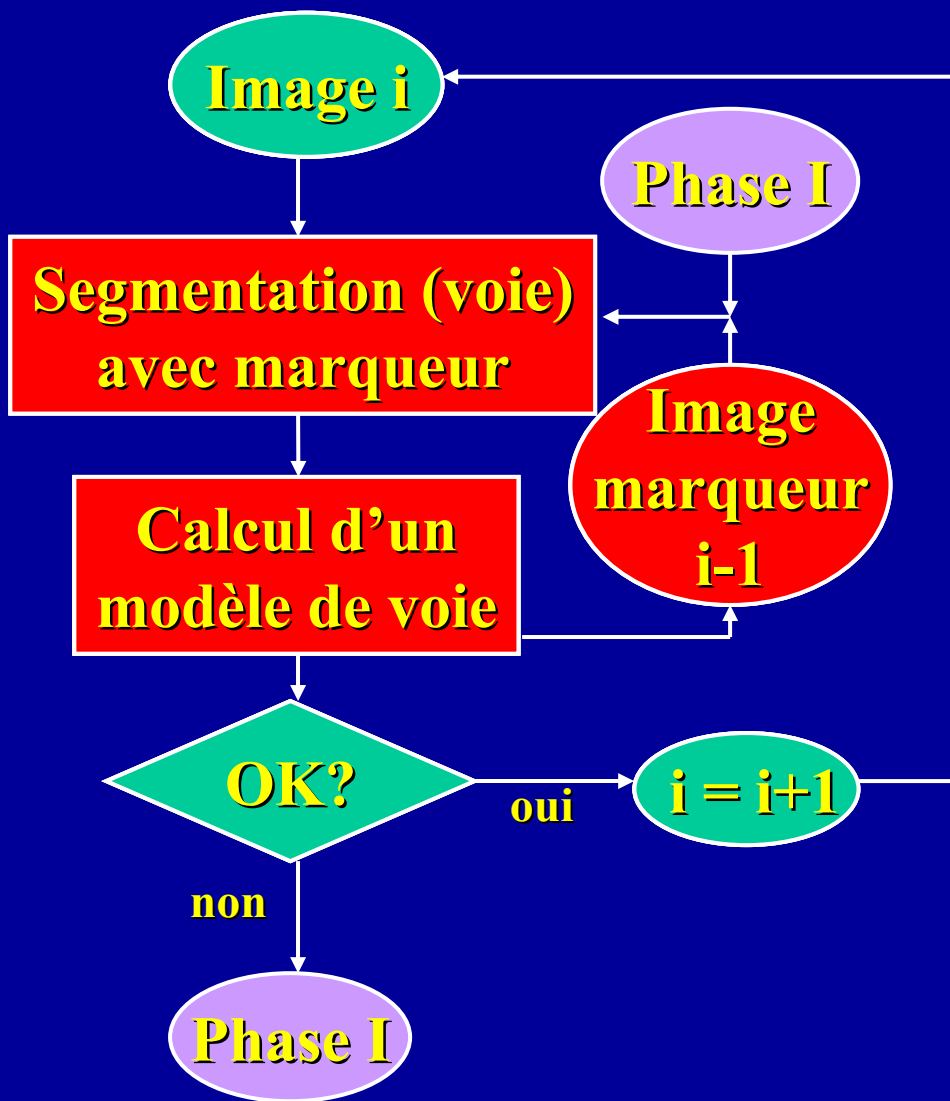
Phase II



...et utilisés pour ajuster un modèle de voie

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

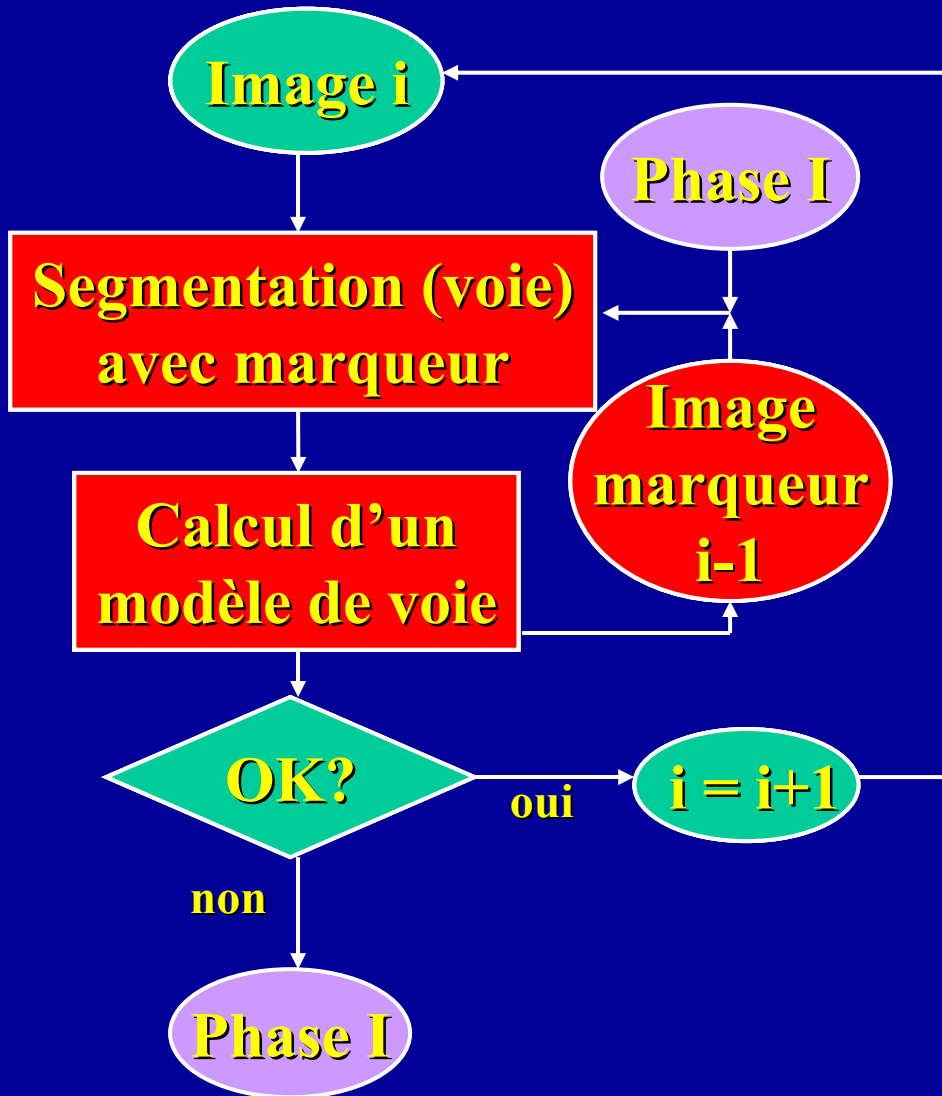
Phase II



Le modèle de voie permet de générer un nouveau marqueur

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

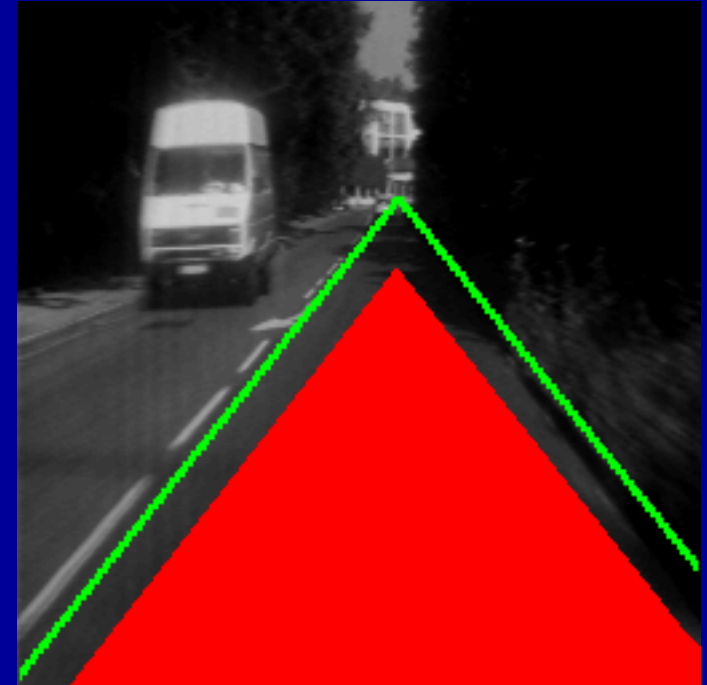
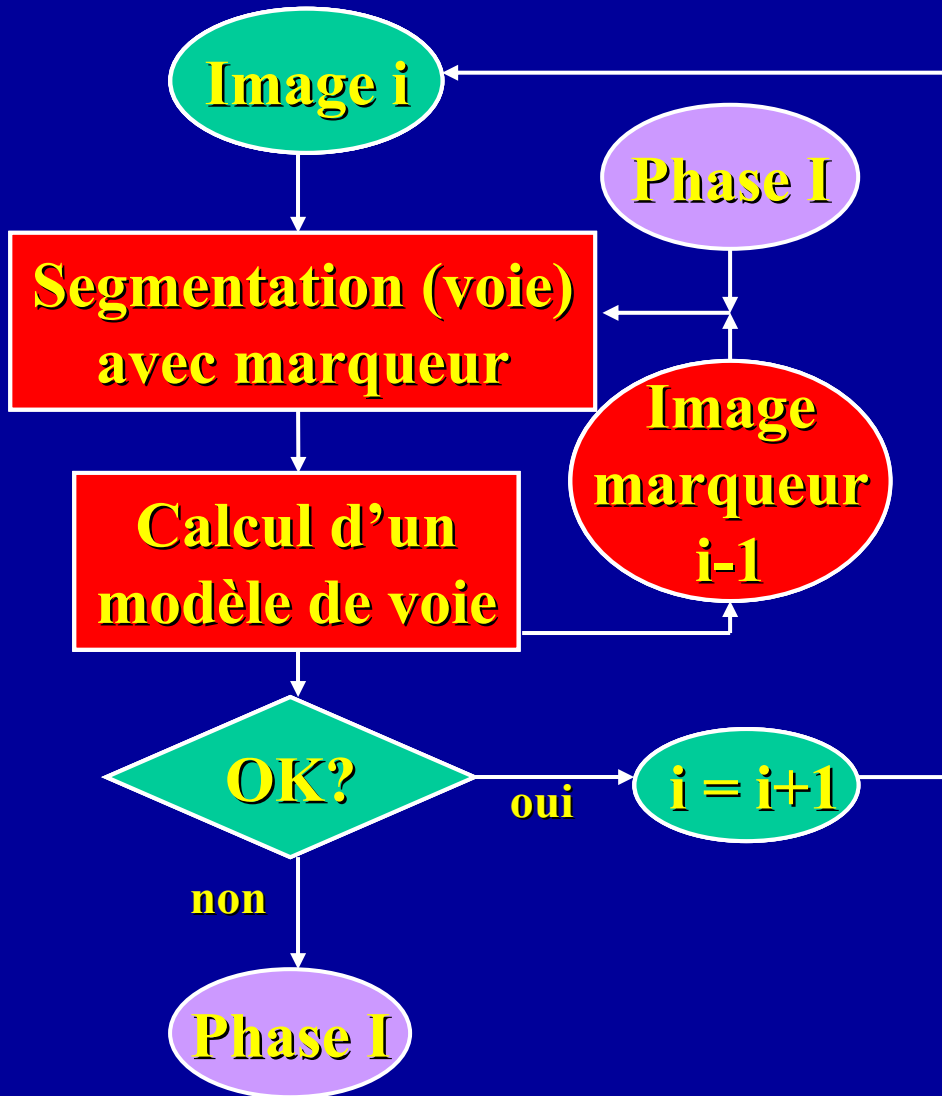
Phase II



Si aucune erreur n'est détectée, traitement de l'image suivante

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

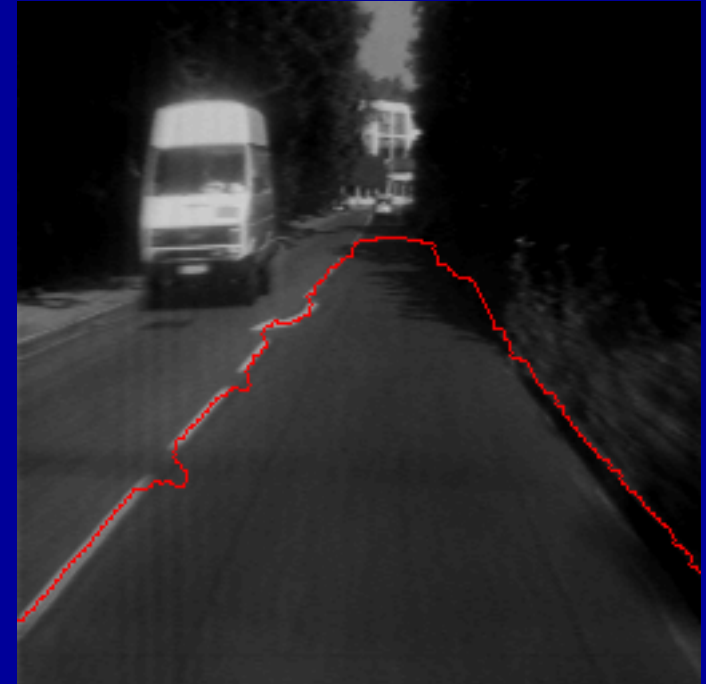
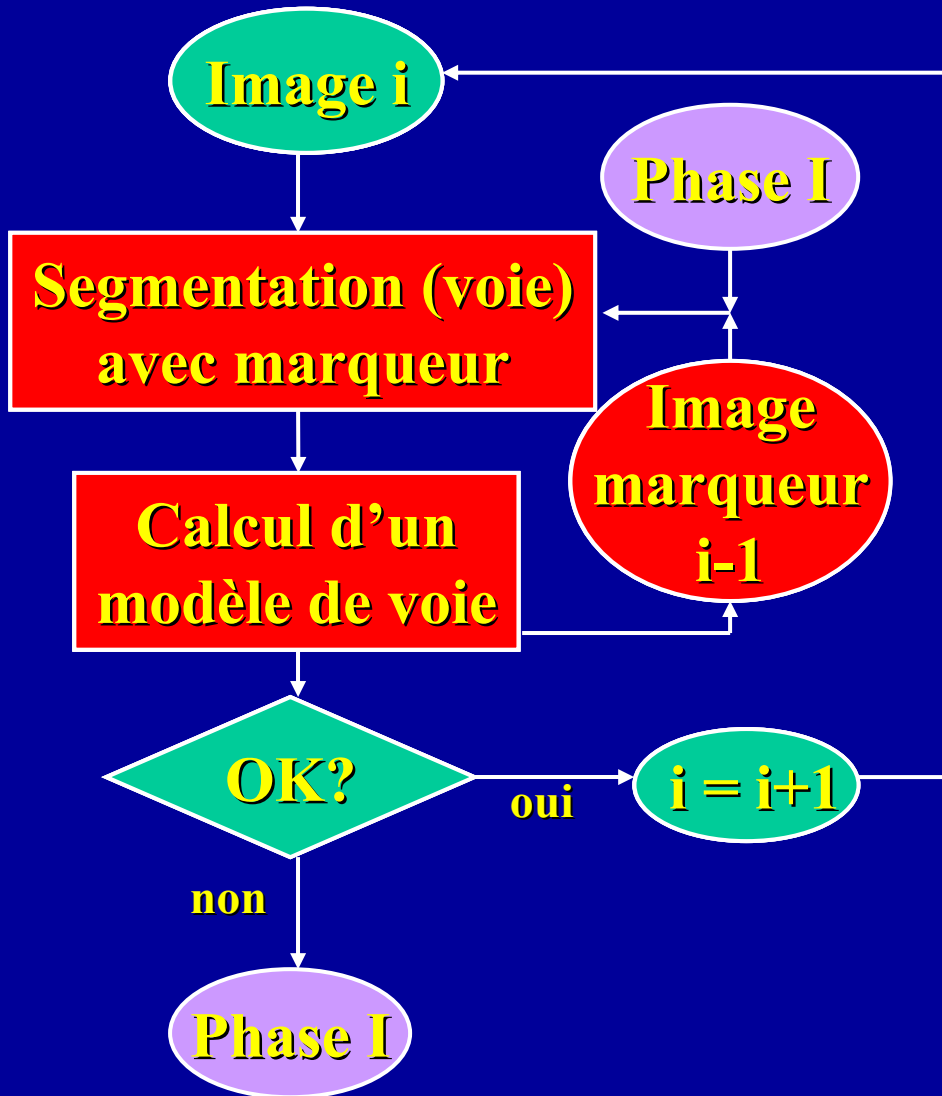
Phase II



Le marqueur précédent est utilisé pour segmenter l'image courante

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

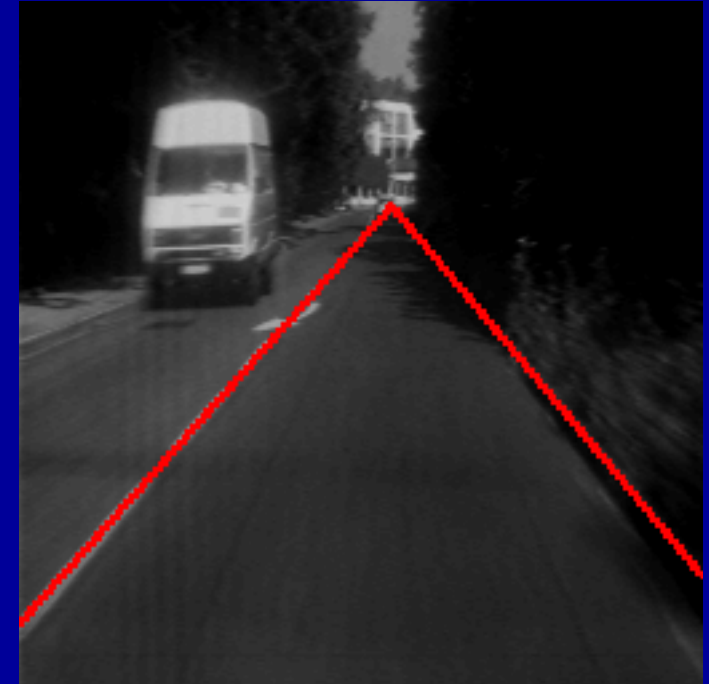
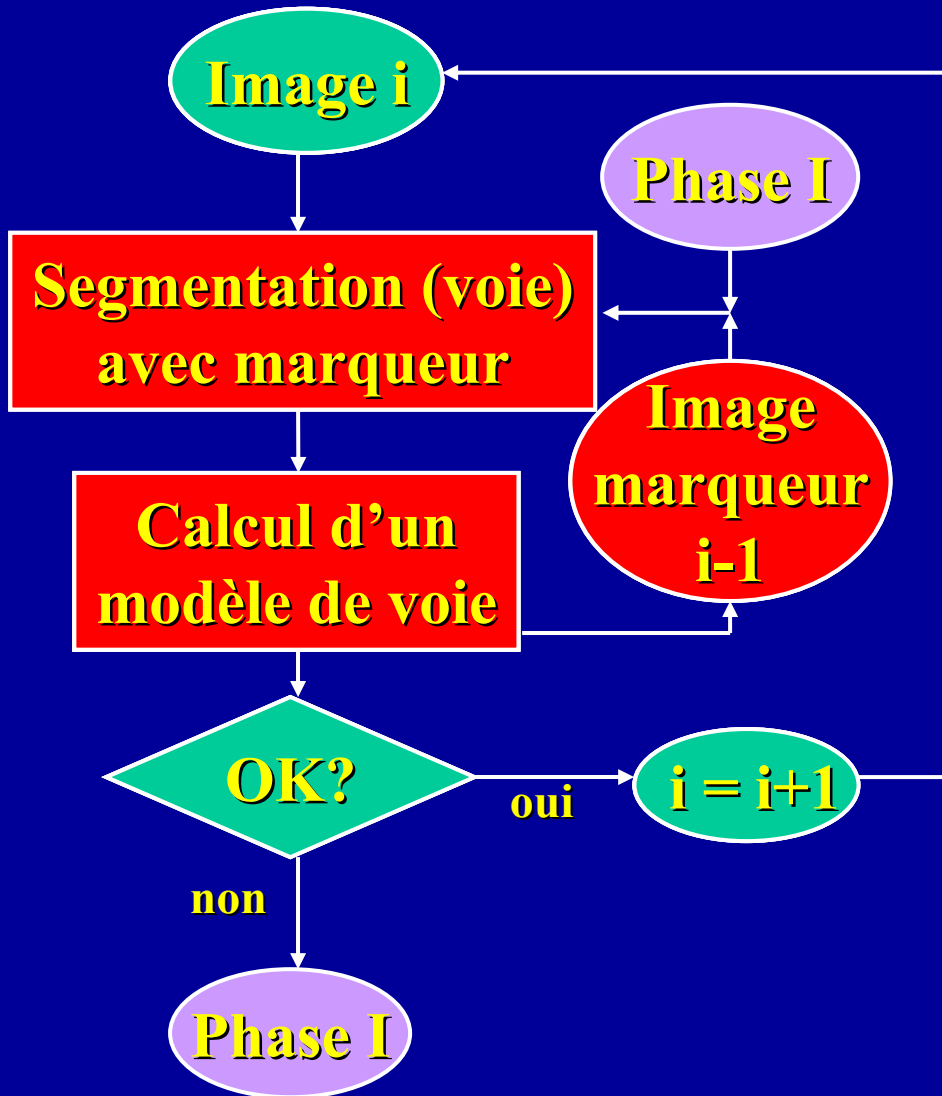
Phase II



Le marqueur précédent est utilisé pour segmenter l'image courante

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

Phase II



Et un nouvel ajustement du modèle de voie est réalisé

APPLICATIONS DETAILLEES (6)

Phase II

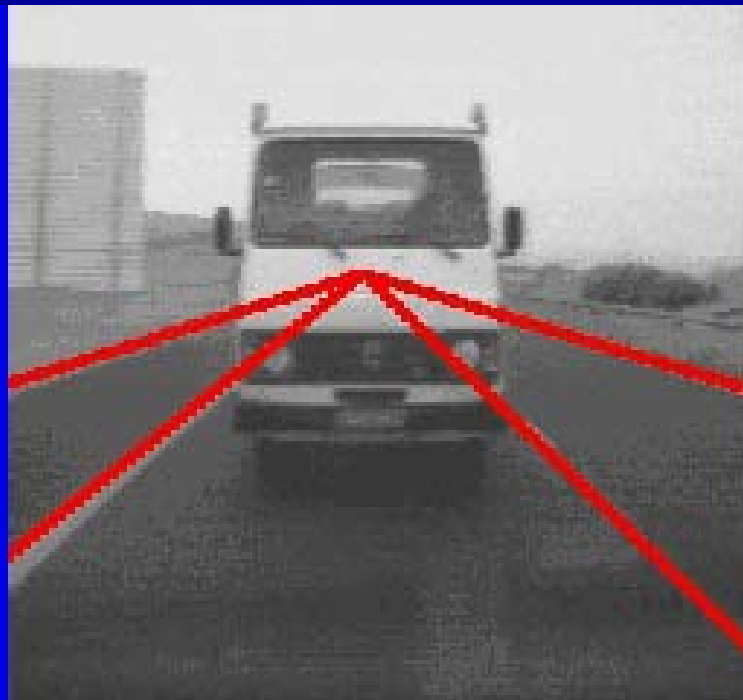
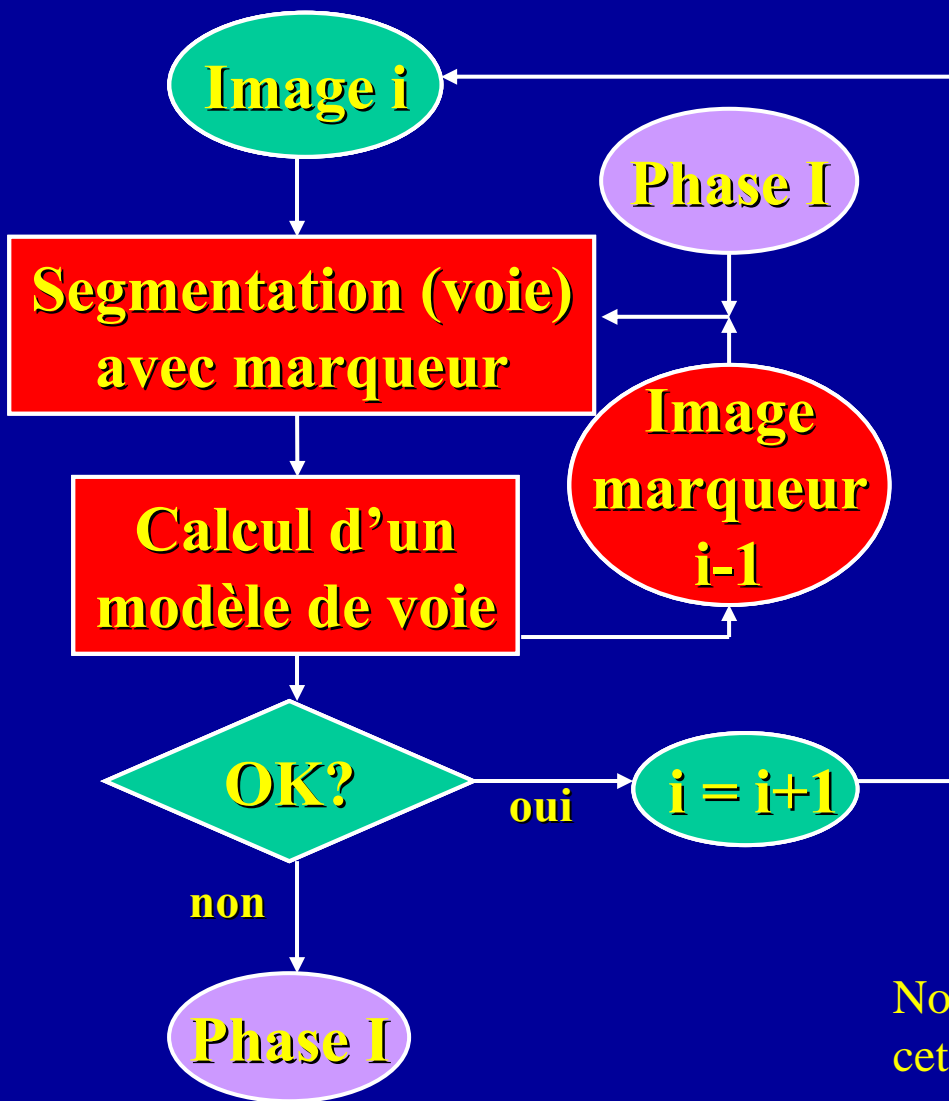


Illustration du processus sur une séquence complète (modèle de chaussée à trois voies)

Notons que, malgré son apparente complexité, cette phase est plus rapide que la phase I (pas de segmentation hiérarchique).

SEGMENTATION HIERARCHIQUE, CASCADES

Problèmes non résolus

Il n'est pas toujours possible d'éviter la sur-segmentation à l'aide d'une LPE contrôlée par marqueurs car il n'est pas toujours possible de trouver de bons marqueurs et/ou de bons critères de segmentation.

D'autres approches de la segmentation qui ne sont pas basées sur une sélection a priori des marqueurs peut donc être utile.

Différents algorithmes existent. Ils ont tous pour but de définir une hiérarchie de segmentations:

Hiérarchie basée sur des valeurs d'extinction

Hiérarchie basée sur les cascades

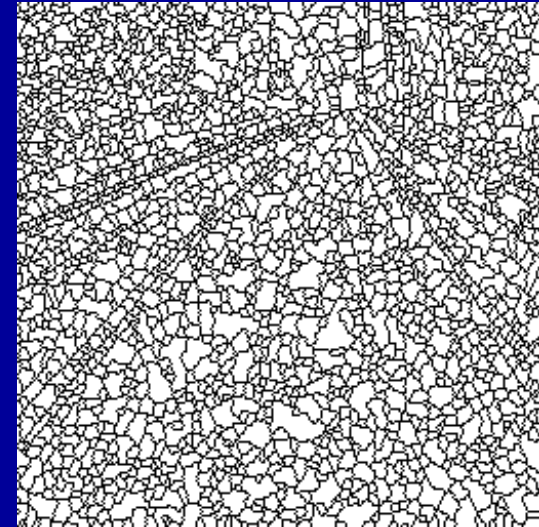
Hiérarchie basée sur des empilements

LIGNE DE PARTAGE DES EAUX VALUEE

LPE Valuée

La LPE d'une fonction g est un ensemble $W(g)$

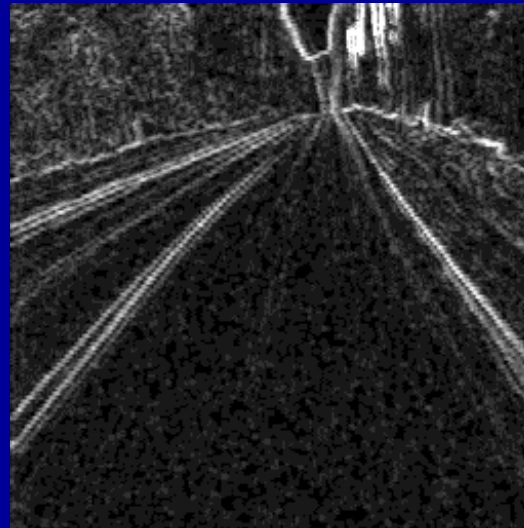
La LPE valuée est la fonction $w(g)$ définie sur W et égale à g en chaque point de W



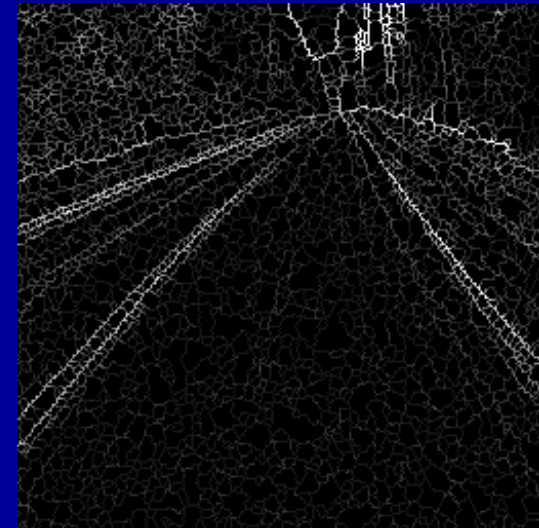
W



Initial image



Gradient g

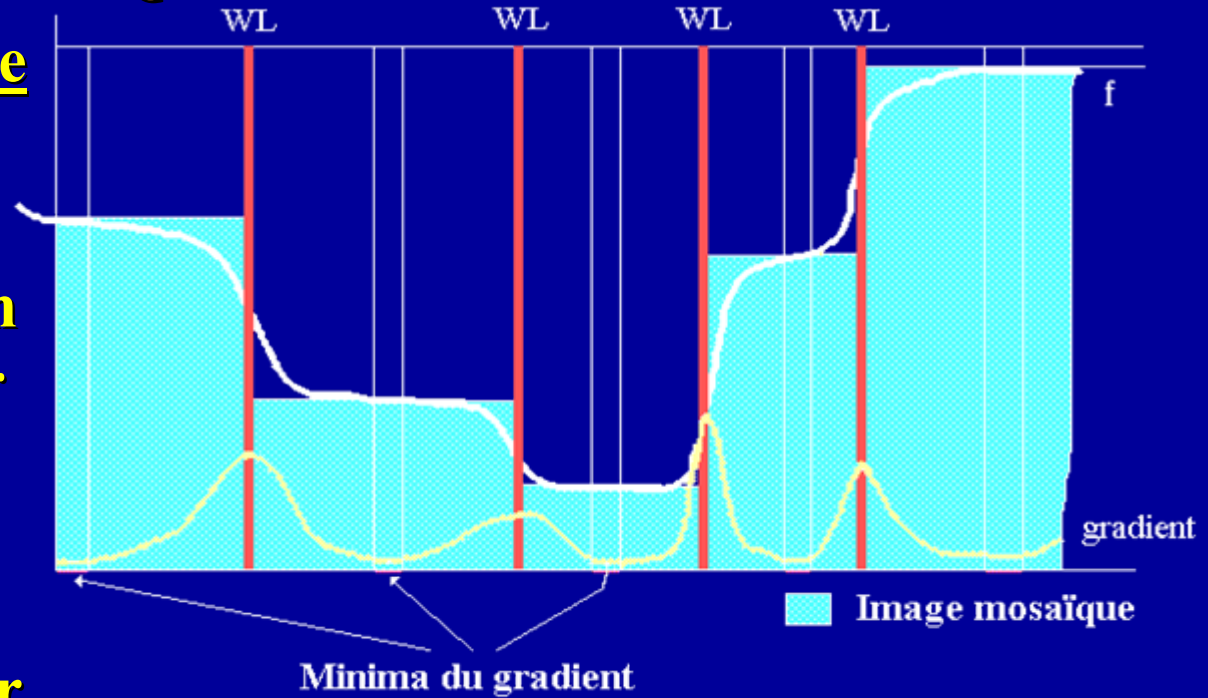


$w(g)$

IMAGE MOSAÏQUE ET SON GRADIENT

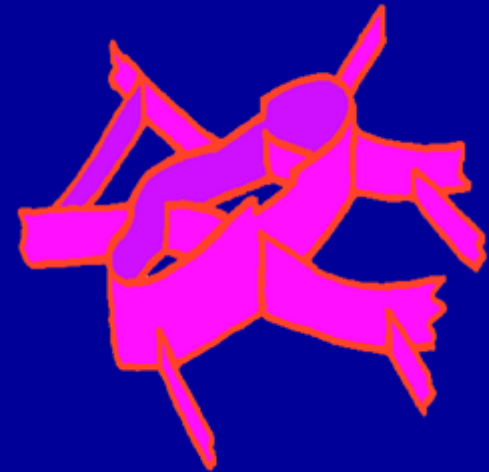
Construction de l'image mosaïque

- LPE du gradient
- Pour chaque minimum du gradient, déterminer la valeur de gris correspondante
- Remplir le bassin versant avec cette valeur



SUR-SEGMENTATION ET PERCEPTION DES IMAGES

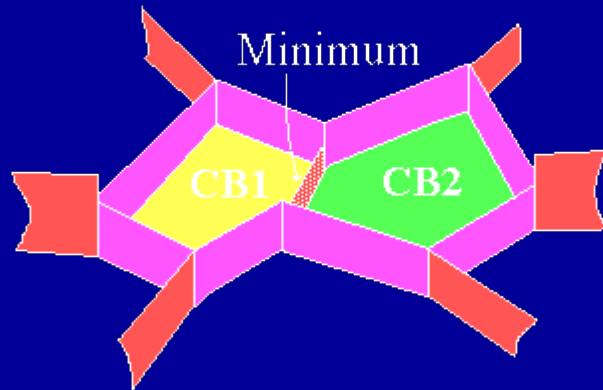
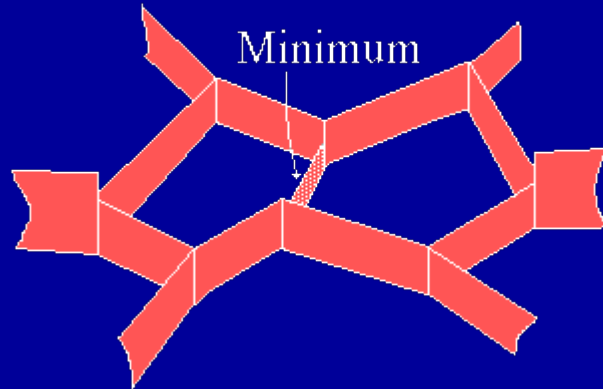
Une illustration simple utilisant une image mosaïque



En dépit du fait que l'image soit sur-segmentée, la tache blanche se détache aisément du fond parce que, simultanément, les frontières entre les régions à l'intérieur de la tache et les frontières à l'intérieur du fond sont moins contrastées que les frontières qui séparent la tache du fond. La tache comme le fond sont marqués par des frontières avec un contraste minimal.

DEFINITION D'UN GRAPHE

Arcs de hauteur minimale



Dans l'image mosaïque, chaque arc c_{ij} sépare deux bassins versants CB_i et CB_j . La valuation v_{ij} de l'arc est donnée par:

$$v_{ij} = |g_i - g_j|$$

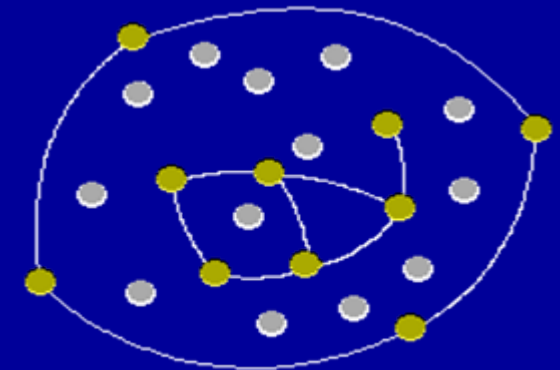
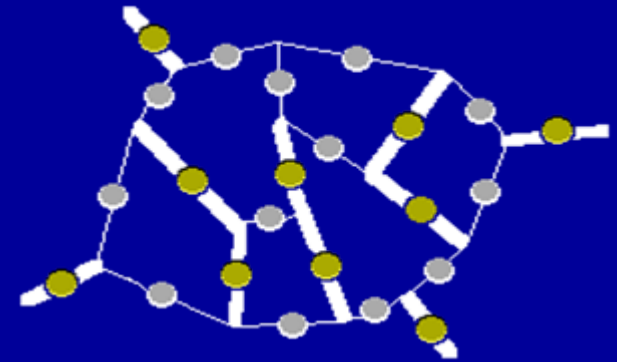
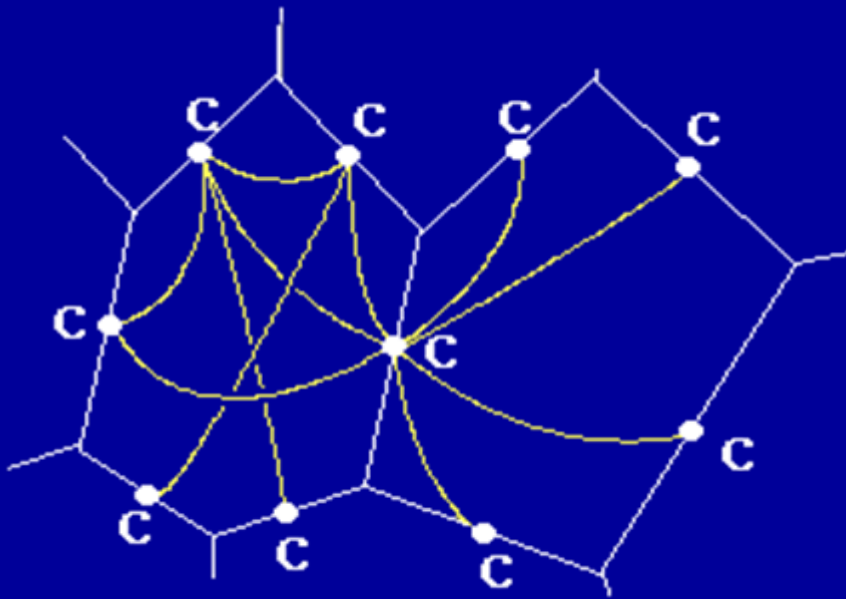
où g_i et g_j sont les valeurs de gris dans les bassins versants.

Un arc c_{ij} est dit minimal si sa valuation est inférieure à celles des autres arcs entourant CB_i et CB_j

DEFINITION D'UN GRAPHE ET LPE ASSOCIEE

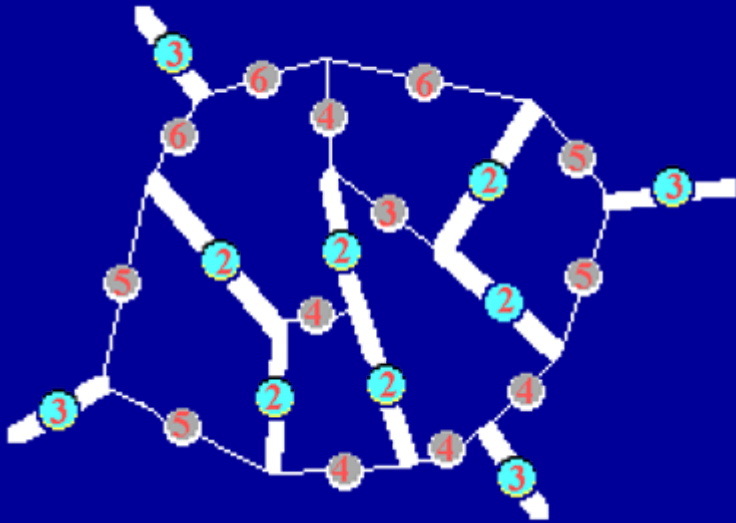
Définition d'un nouveau graphe

- ses sommets correspondent aux arcs du gradient mosaïque
- ses arêtes joignent tous les arcs entourant le même bassin versant
- chaque sommet est valué par la valuation de l'arc définie dans le gradient mosaïque

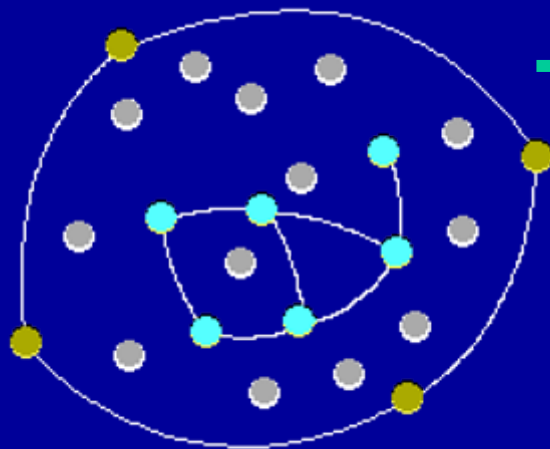


Dans cette représentation, les arcs entourant le même bassin versant sont adjacents. Des arcs minimaux peuvent donc être connectés bien que ce ne soit pas le cas dans le gradient mosaïque, comme illustré ci-dessus (les sommets en jaune correspondent à des arcs minimaux).

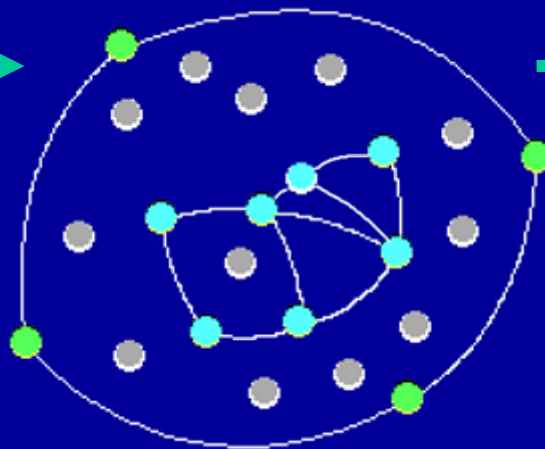
DEFINITION D'UN GRAPHE ET LPE ASSOCIEE (2)



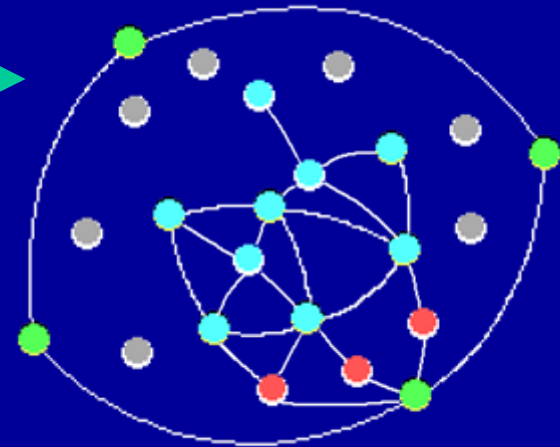
Les contours les plus significatifs de l'image mosaïque correspondent à ceux séparant des régions marquées par des arcs minimaux. Ils sont les lignes de partage des eaux de la LPE définie sur le graphe précédent.



Inondation, 1ère étape
(en bleu)



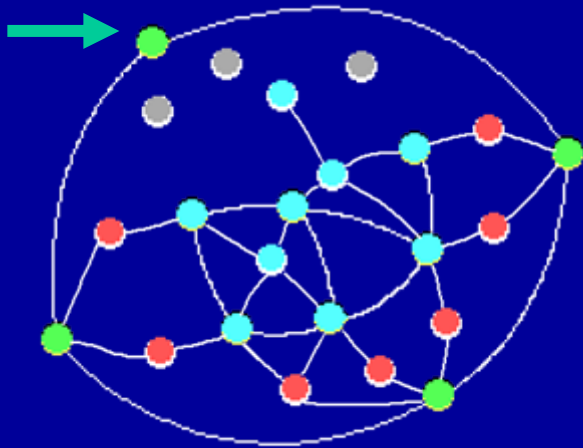
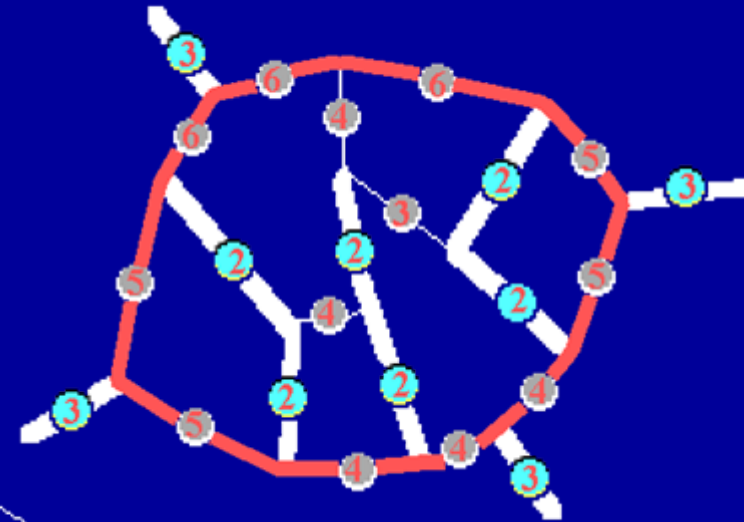
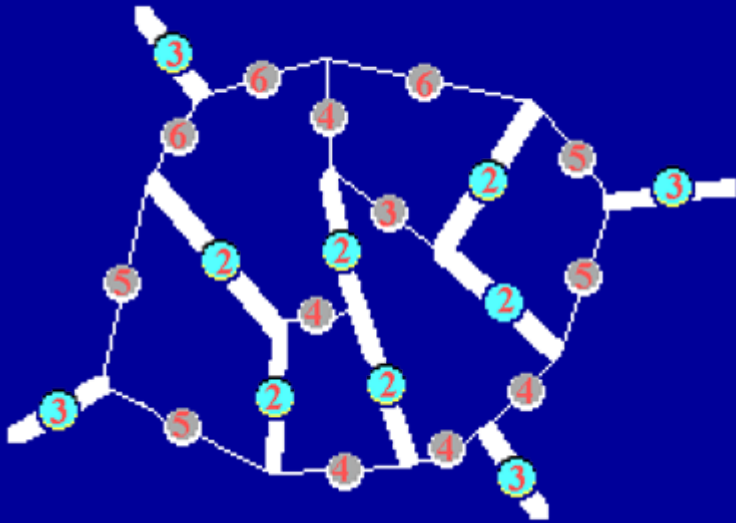
2ème étape, deux BV
(en bleu et vert)



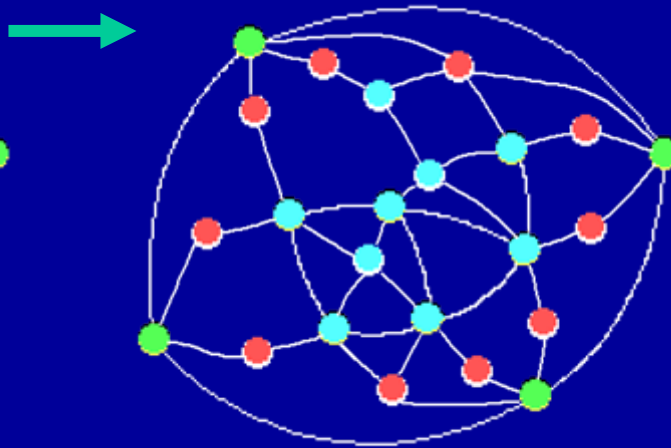
3ème étape, premiers
Barrages en rouge

DEFINITION D'UN GRAPHE ET LPE ASSOCIEE (3)

Arcs du gradient mosaïque correspondant
aux lignes de partage des eaux.



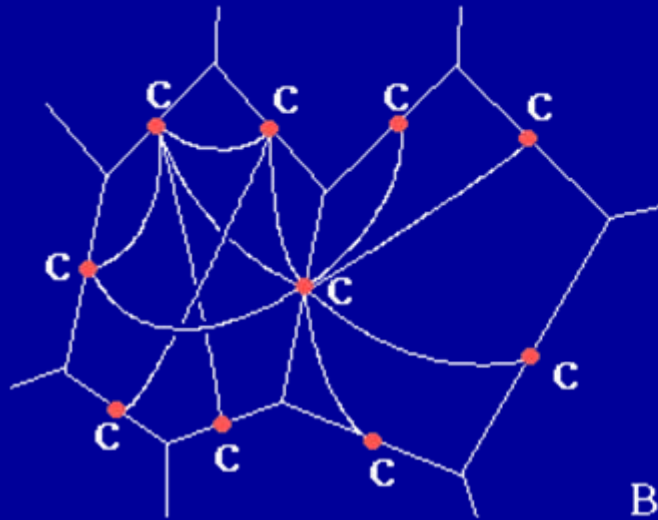
4ème étape



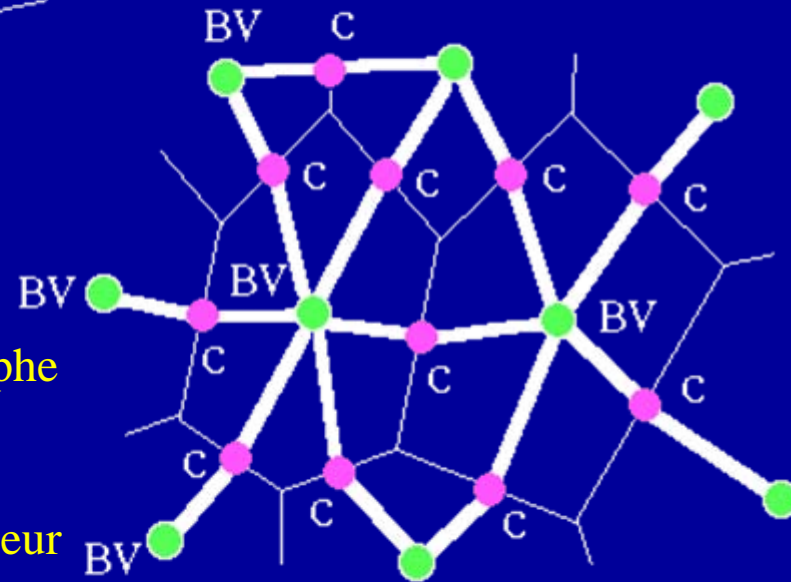
LPE finale



D'UN GRAPHE 3D A UN GRAPHE PLANAIRE



Le graphe défini précédemment est un graphe valué 3D, pas facile à manipuler.



Ce graphe peut être transformé en un graphe planaire grâce à la procédure suivante:

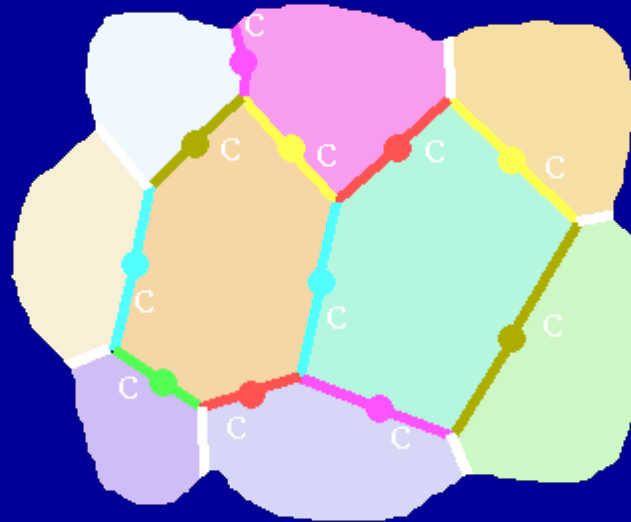
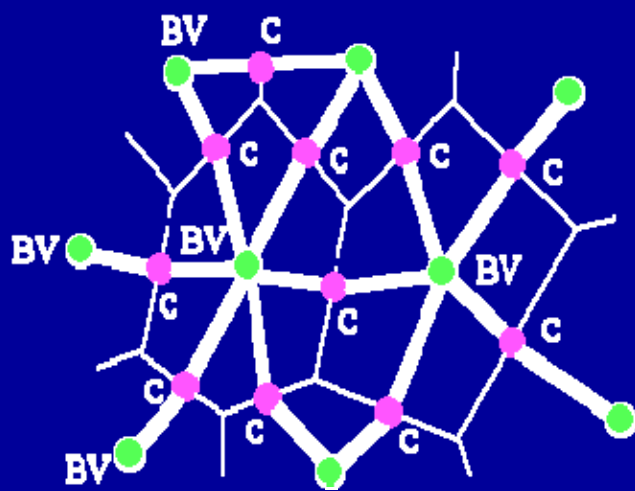
- Un nouveau sommet est ajouté à l'intérieur de chaque bassin versant.
- Les arêtes précédentes sont remplacées par deux arêtes successives reliant les sommets originaux en passant par le nouveau sommet.
- La valuation du nouveau sommet est donnée par:

$$\min (v_{ij})$$

Où les v_{ij} sont les valuations des arcs entourant le bassin versant.

REPRESENTATION SOUS FORME D'IMAGE

L'image hiérarchique



mosaïque



gradient mosaïque



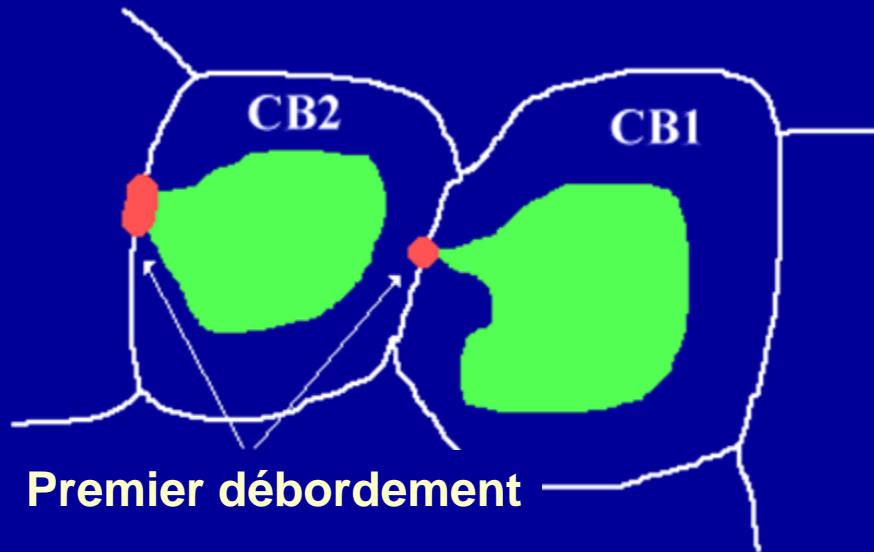
image hiérarchique

Une image, nommée image hiérarchique peut être construite à partir du graphe planaire. Les bassins versants du gradient mosaïque sont remplis avec des valeurs de gris correspondant aux valuations des nouveaux sommets ajoutés. La LPE de l'image hiérarchique fournit le niveau de hiérarchie supérieur (avec quelques restrictions).

ZONES DE PREMIER DEBORDEMENT (ZPD)

Appelées aussi improprement zones-selles

(Les ZPD n'ont rien de commun avec les zones-selles classiques. Ce n'est pas une notion locale et, comme la LPE, il n'y a aucun moyen de savoir a priori si un point donné appartient ou non à une ZPD)



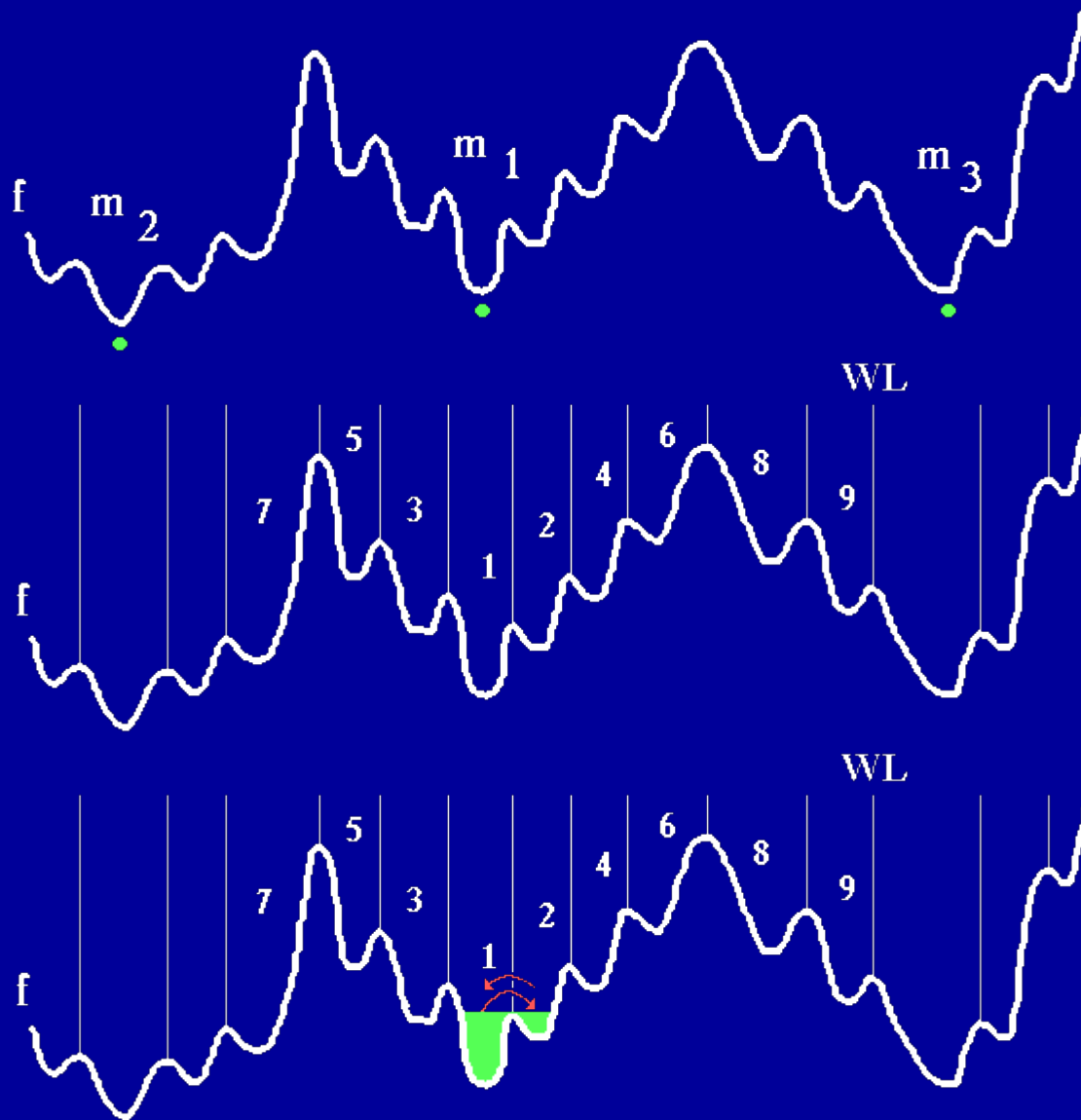
Notion de sous-bassin versant

C'est la partie du bassin versant inondée avant le premier débordement (par la ZPD la moins élevée)



CASCADES

Introduction



Considérons la fonction f et sa LPE. Les différents bassins versants sont numérotés de 1 à 9. Considérons l'inondation à partir du minimum m_1 .

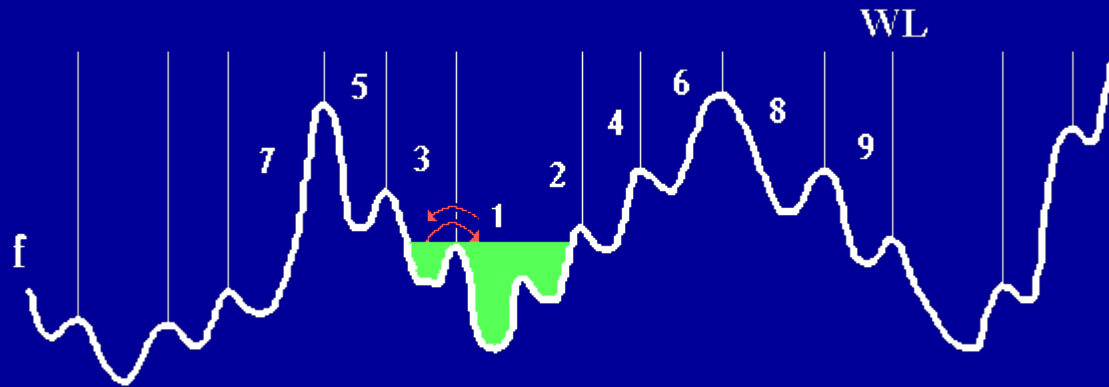
Au cours du remplissage de CB1, un débordement vers CB2 se produit.

Si maintenant nous remplissons CB2, le premier débordement s'effectue vers CB1.

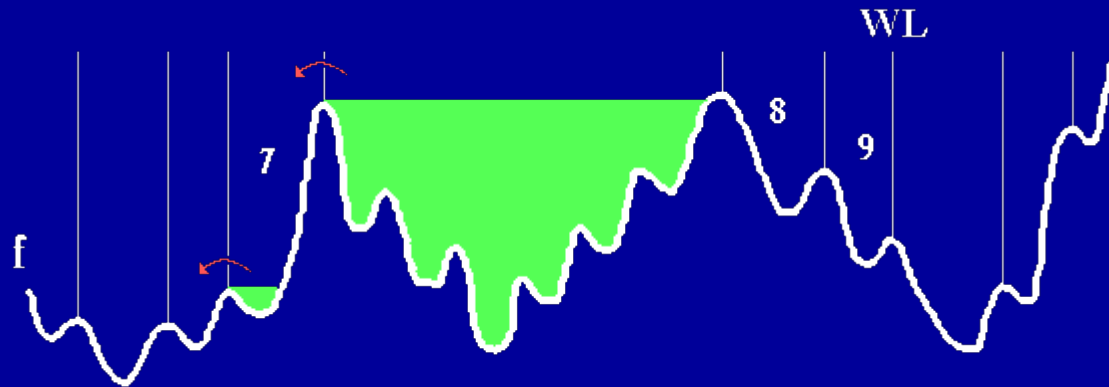
Dans ce cas, les débordements (cascades) sont symétriques.

On peut donc supprimer la ligne de partage séparant CB1 et CB2 et réunir les lacs de CB1 et CB2.

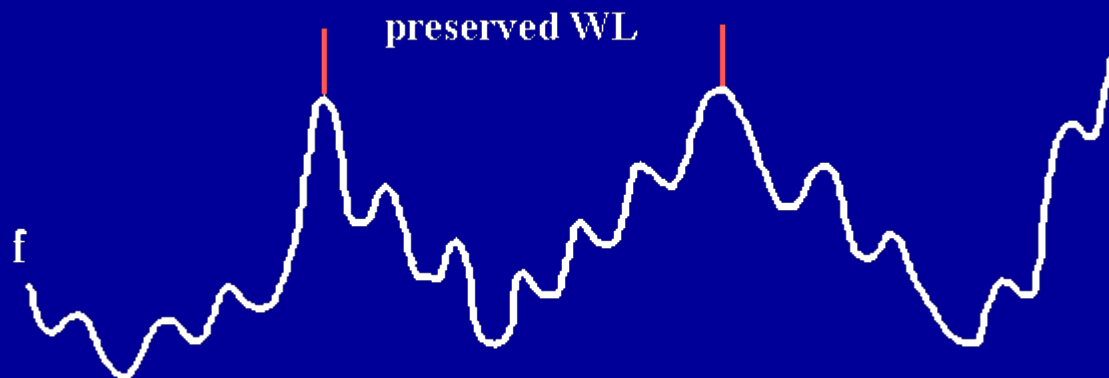
CASCADES (2)



Si le processus d'inondation est itéré, le flot envahit CB3 qui en retour, lorsqu'il est inondé, se déverse dans la réunion des bassins CB1 et CB2. Ici encore les cascades sont symétriques et CB3 est rattaché à l'inondation.

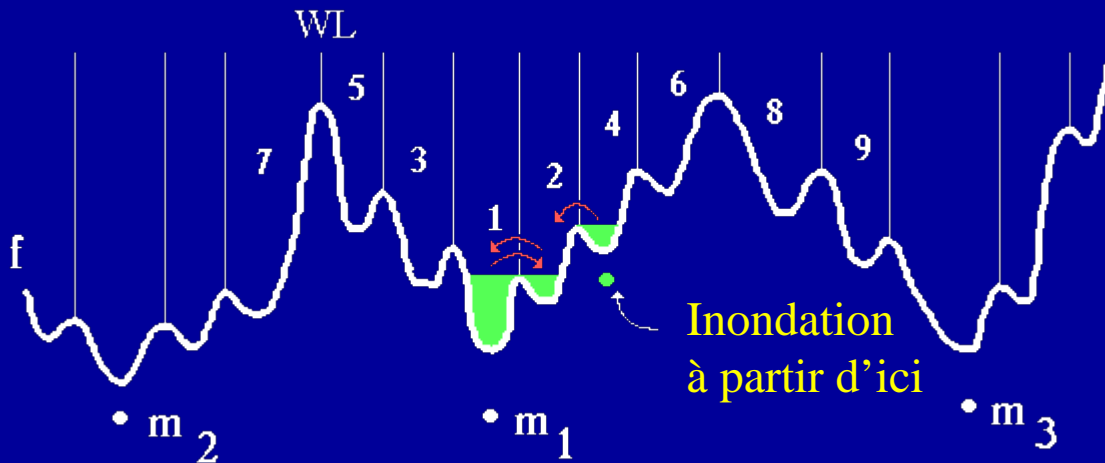


Etape par étape, et parce que, à chaque fois, les cascades sont symétriques, tous les bassins versants numérotés de 1 à 6 sont réunis.



Mais quand l'inondation se déverse dans CB7, la situation change. Si maintenant nous inondons CB7, la cascade n'est plus symétrique. On doit donc conserver la ligne de partage des eaux séparant CB7 de la réunion des autres bassins versants.

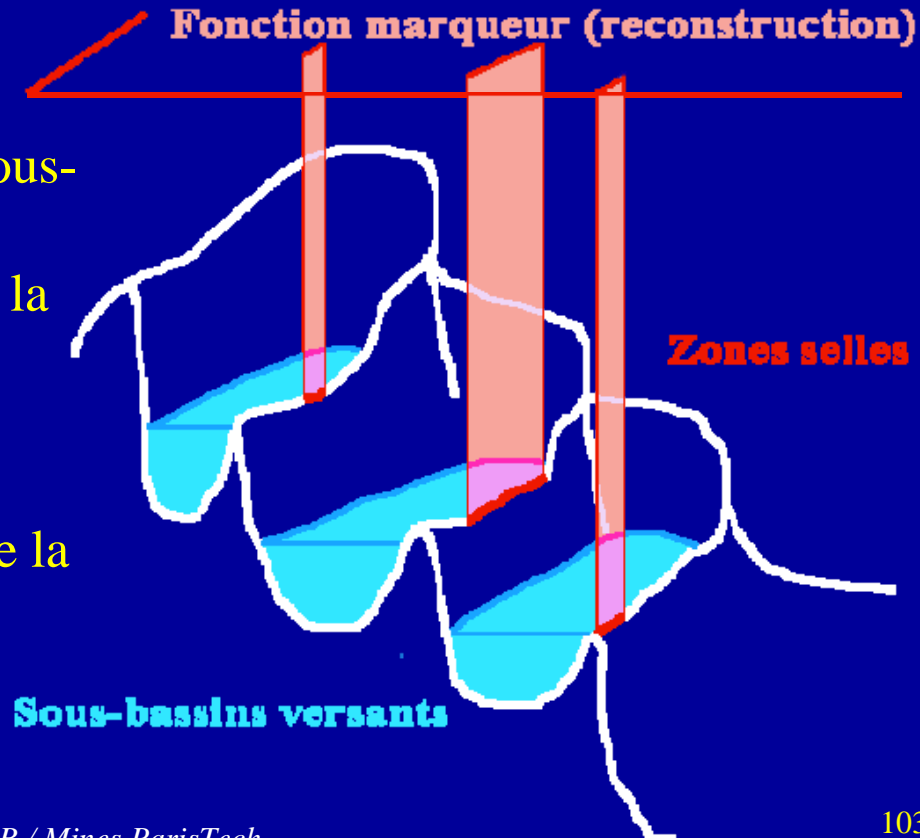
BV/ARCS SIGNIFICATIFS ET RECONSTRUCTION



Le processus précédent ne fonctionne pas si on part de n'importe quel bassin. Cependant on remarque que l'inondation finit par atteindre les BVs significatifs.

Les inondations successives génèrent les sous-bassins versants associés à chaque BV (inondation juste avant le débordement par la ZPD).

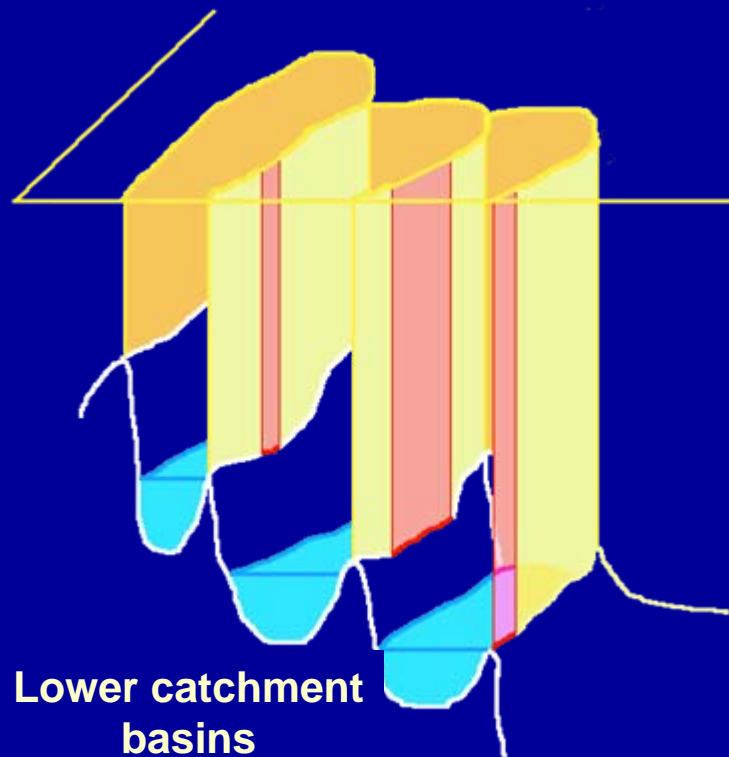
Cette construction peut être réalisée directement par une reconstruction duale de la fonction initiale par les ZPD.



RECONSTRUCTION ET IMAGE HIERARCHIQUE

Au lieu d'utiliser les ZPD (difficiles à mettre en évidence), l'ensemble des lignes de partage des eaux peut être utilisé. Le résultat sera identique car la ZPD est la région bordant le bassin versant à l'altitude la plus basse.

- f , fonction initiale
- définissons g :
 $g(x) = f(x)$ si et seulement si x appartient aux lignes de partage de f
 $g(x) = \max$ sinon
- $h = R_f^*(g)$, résultat de la reconstruction duale de f par g , encore appelée image hiérarchique
- $W(h)$, LPE de h , génère la segmentation hiérarchique de niveau supérieur



Quand f est une LPE valuée, cette image hiérarchique est la même que celle définie précédemment.

CASCADES ET IMAGES MOSAÏQUES

Dans ce cas, l'approche hiérarchique et l'approche par les cascades sont identiques. L'algorithme des cascades est la généralisation à n'importe quelle fonction de l'approche hiérarchique.

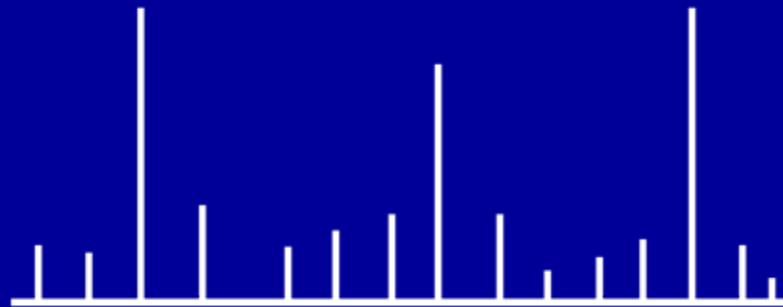


Image gradient mosaïque

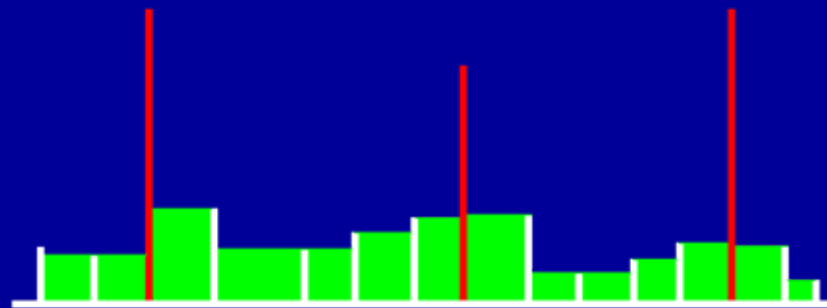


Image hiérarchique

La valuation minimale du bassin versant correspond à la hauteur de la ZPD minimale. La valuation produit un résultat identique à la reconstruction duale du gradient mosaïque par les ZPD minimales.

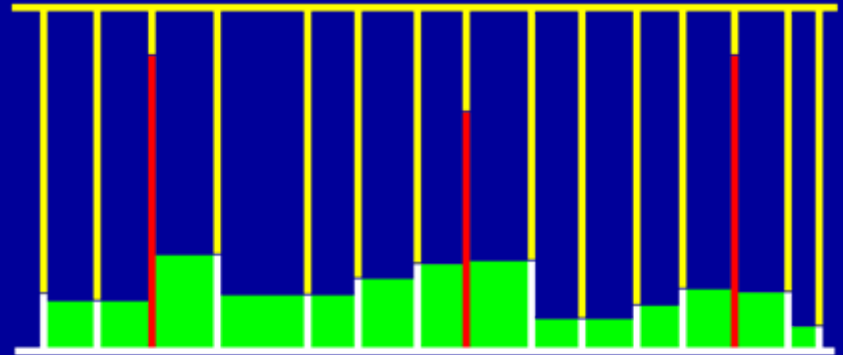
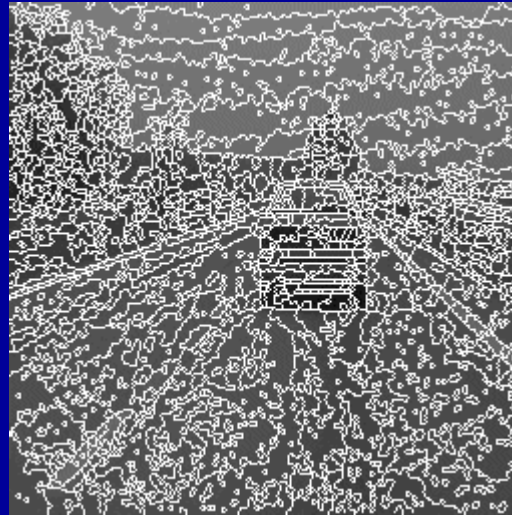


Image des cascades

SEGMENTATION HIERARCHIQUE: EXEMPLE



Image originale



LPE initiale



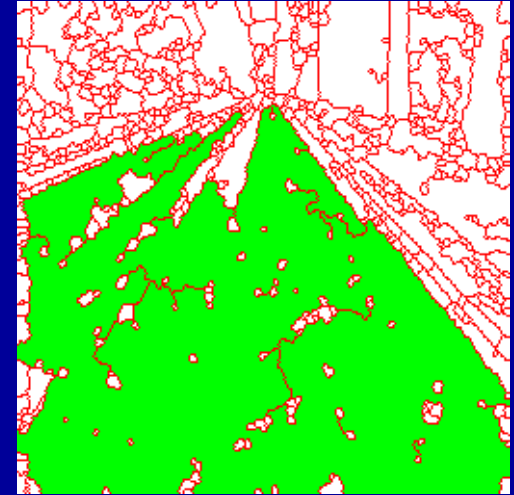
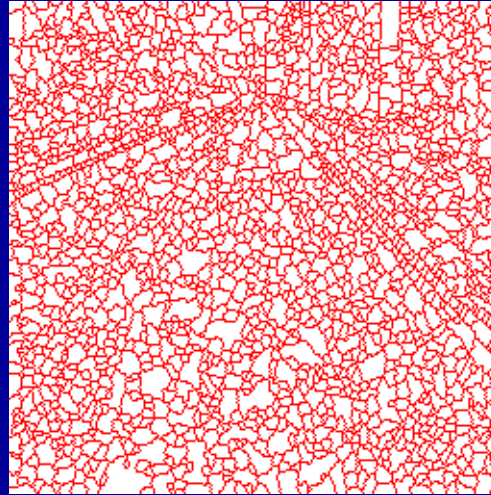
Image mosaïque



**Premier niveau
de hiérarchie**

EXEMPLES D'APPLICATION

C'est juste une LPE au-dessus de la LPE...



La segmentation hiérarchique produit un nouveau bassin versant (en vert) qui peut être utilisé comme marqueur de la route.

Le marqueur extérieur peut alors être choisi parmi les autres bassins versants significatifs.

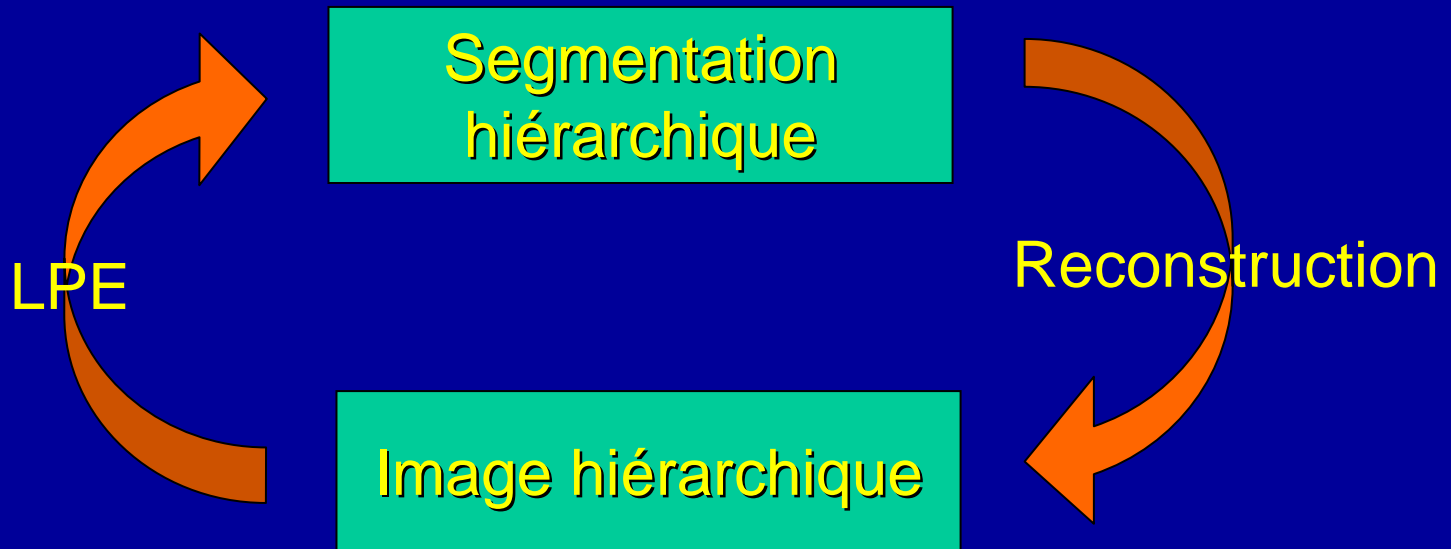


USAGE DES CASCADES

Protocole

- On part d'une LPE valuée initiale s_0
- Un processus itératif fournit les segmentations hiérarchiques successives s_i :

$s_i = w(h_{i-1})$ où h_{i-1} est l'image hiérarchique associée à la segmentation s_{i-1}



USAGE DES CASCADES (2)

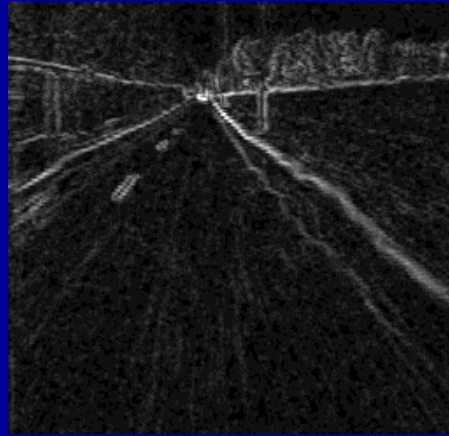
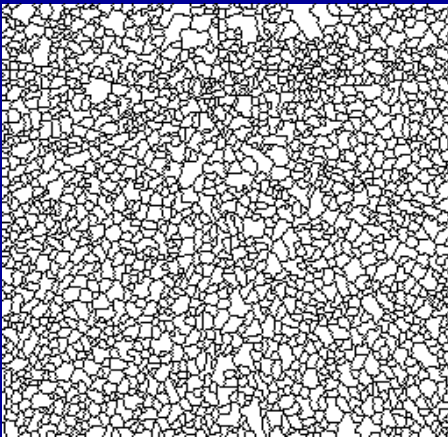
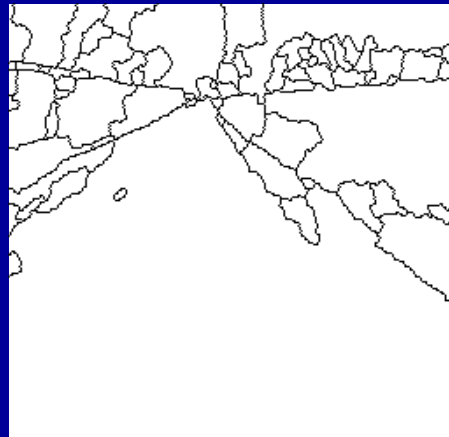


Image initiale f et
son gradient g

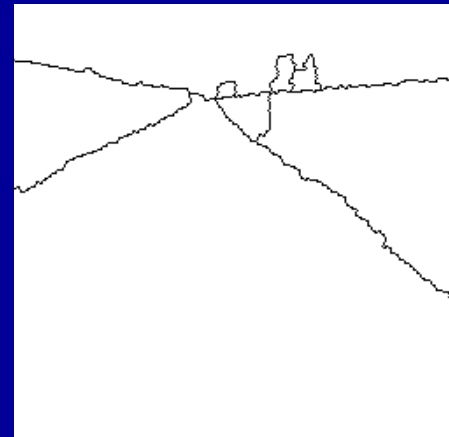
$$S_0 = W(g)$$



S_0



S_1



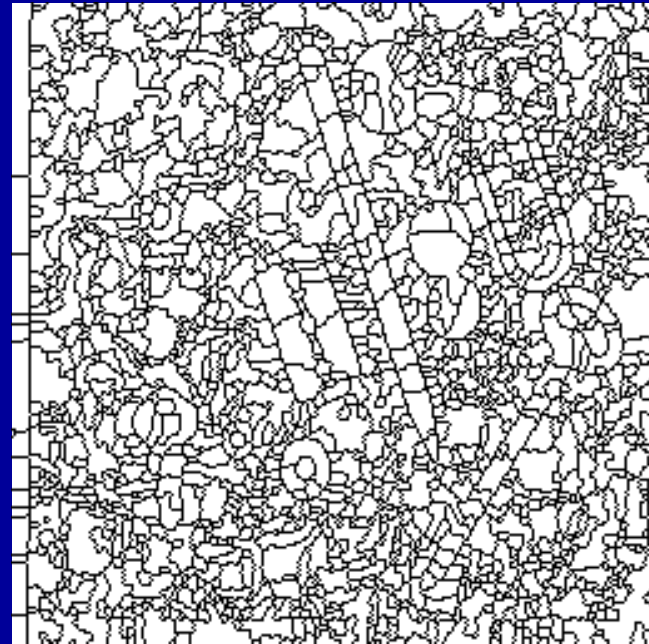
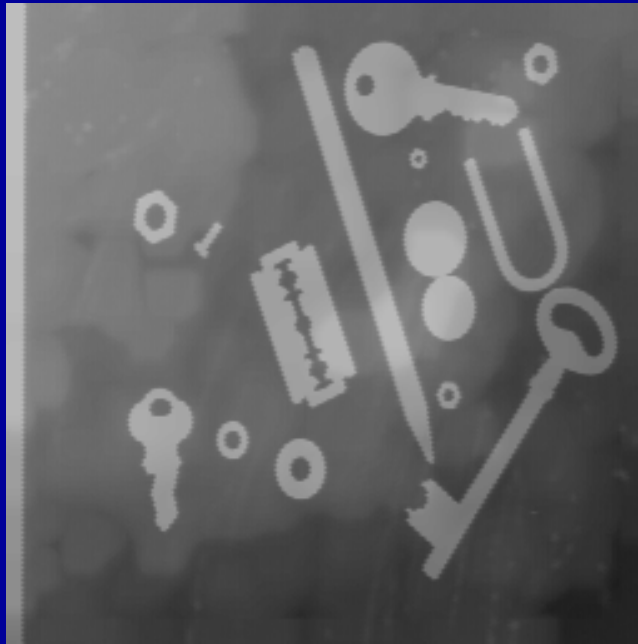
S_2

....

- **N niveaux hiérarchiques, avec $S_N = \emptyset$**
- **Il est difficile de choisir un « bon » niveau de hiérarchie**
- **D'autres problèmes cruciaux apparaissent...**

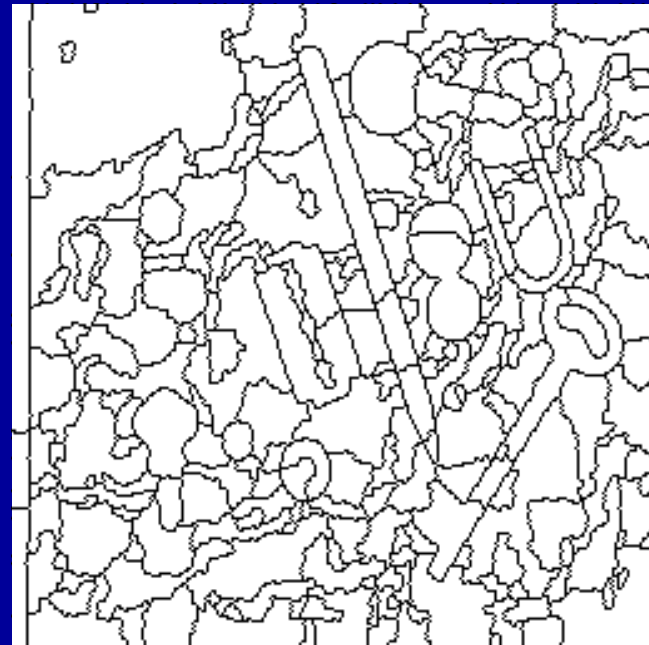
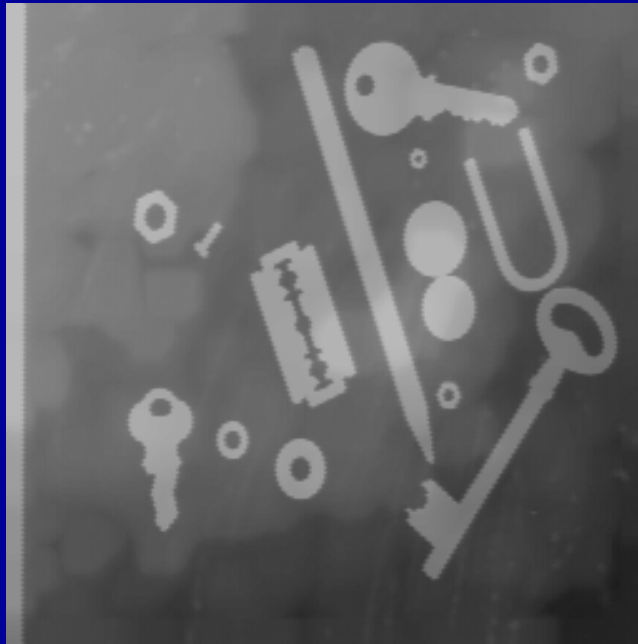
PROBLEMES AVEC LES CASCADES

- C'est une approche non paramétrique
 - L'algorithme des cascades peut être itéré, ce qui conduit à de possibles niveaux supérieurs de hiérarchie, mais...
 - Un critère d'arrêt n'est pas disponible
 - Les niveaux successifs de hiérarchie sont loin d'être pertinents.
- « Myopie » aux hiérarchies de niveaux différents (erreurs de classement)



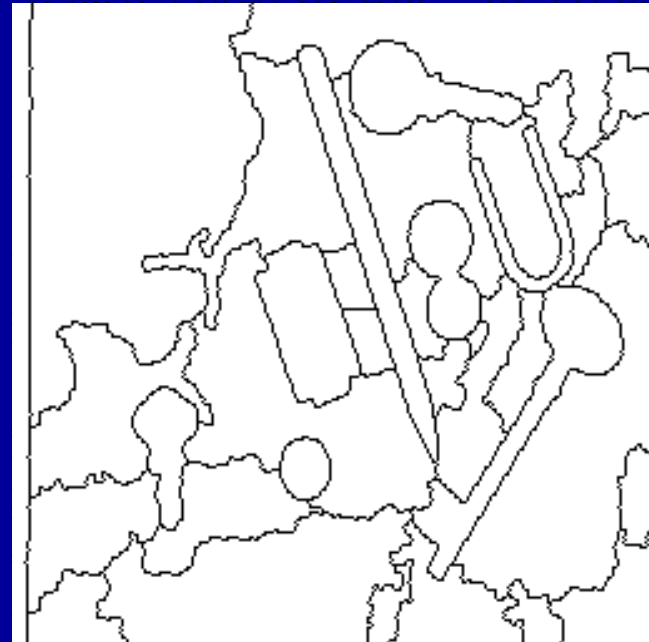
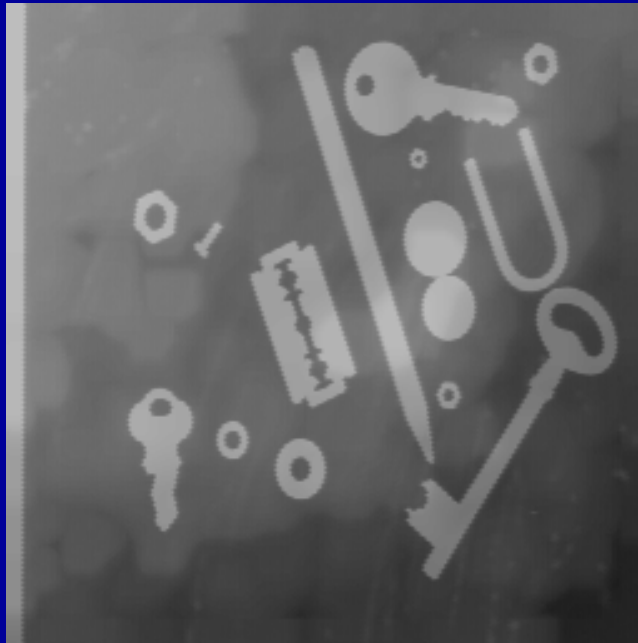
PROBLEMES AVEC LES CASCADES

- C'est une approche non paramétrique
 - L'algorithme des cascades peut être itéré, ce qui conduit à de possibles niveaux supérieurs de hiérarchie, mais...
 - Un critère d'arrêt n'est pas disponible
 - Les niveaux successifs de hiérarchie sont loin d'être pertinents.
- « Myopie » aux hiérarchies de niveaux différents (erreurs de classement)



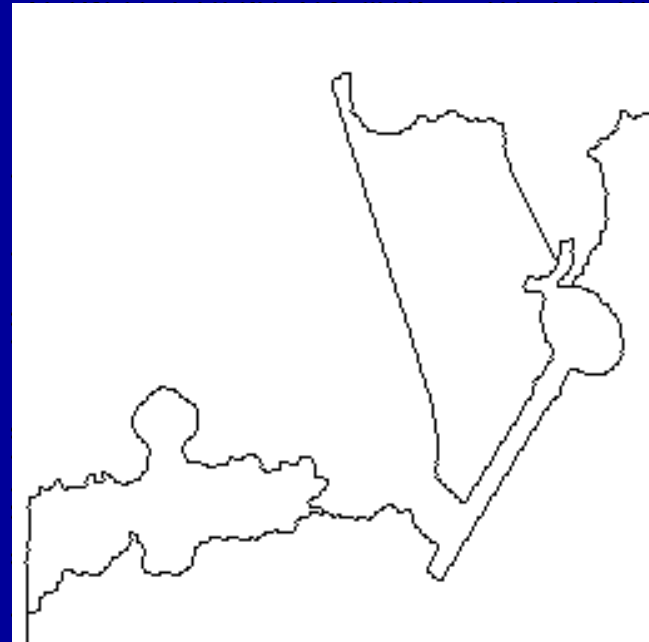
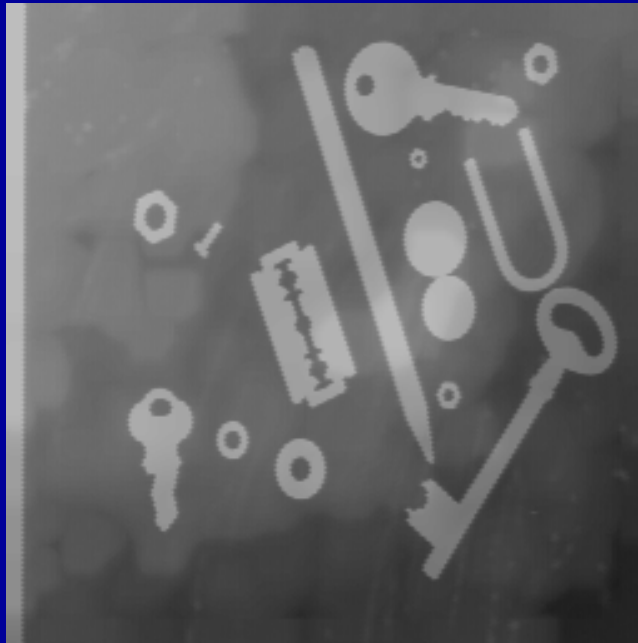
PROBLEMES AVEC LES CASCADES

- C'est une approche non paramétrique
 - L'algorithme des cascades peut être itéré, ce qui conduit à de possibles niveaux supérieurs de hiérarchie, mais...
 - Un critère d'arrêt n'est pas disponible
 - Les niveaux successifs de hiérarchie sont loin d'être pertinents.
- « Myopie » aux hiérarchies de niveaux différents (erreurs de classement)



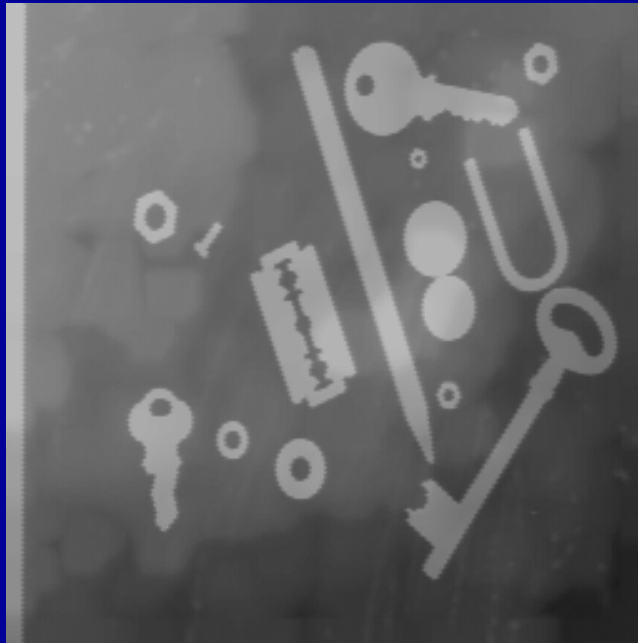
PROBLEMES AVEC LES CASCADES

- C'est une approche non paramétrique
 - L'algorithme des cascades peut être itéré, ce qui conduit à de possibles niveaux supérieurs de hiérarchie, mais...
 - Un critère d'arrêt n'est pas disponible
 - Les niveaux successifs de hiérarchie sont loin d'être pertinents.
- « Myopie » aux hiérarchies de niveaux différents (erreurs de classement)



PROBLEMES AVEC LES CASCADES

- C'est une approche non paramétrique
 - L'algorithme des cascades peut être itéré, ce qui conduit à de possibles niveaux supérieurs de hiérarchie, mais...
 - Un critère d'arrêt n'est pas disponible
 - Les niveaux successifs de hiérarchie sont loin d'être pertinents.
- « Myopie » aux hiérarchies de niveaux différents (erreurs de classement)



MYOPIE DES CASCADES

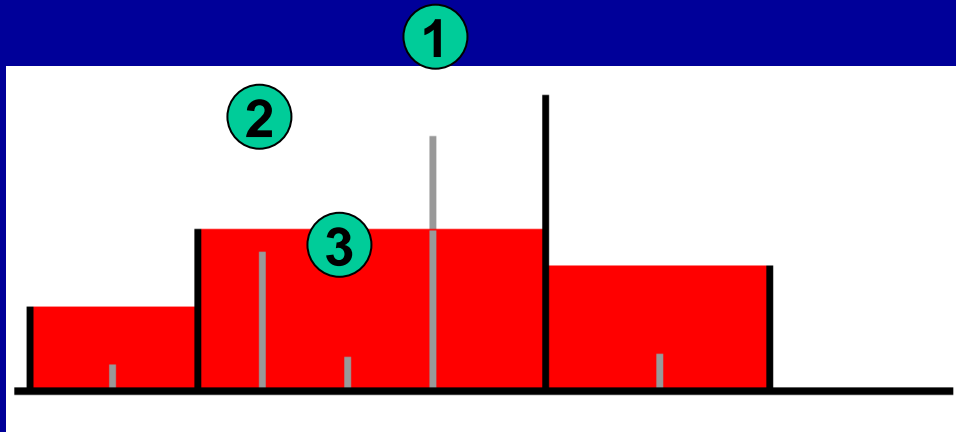


Image hiérarchique h_{i+1} (en rouge)

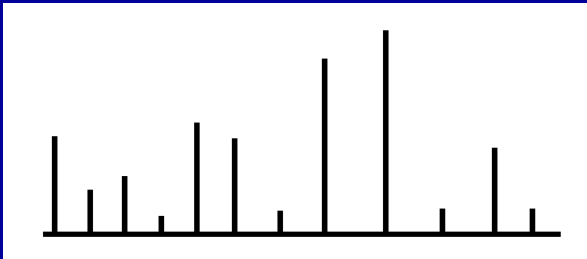
En gris, les contours qui sont éliminés par l'algorithme des cascades

Trois différents types de contours supprimés apparaissent:

1. Contours dont l'altitude est supérieure ou égale à h_{i+1}
2. Contours dont l'altitude est inférieure à h_{i+1} mais plus proche de l'image hiérarchique h_{i+1} que de 0
3. Contours dont l'altitude est proche de 0

Seule la suppression du dernier type de contour se justifie

UN PREMIER ALGORITHME



LPE initiale s_0

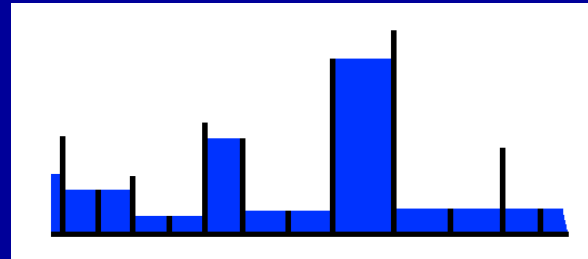
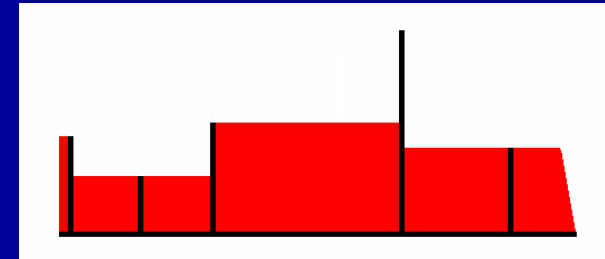
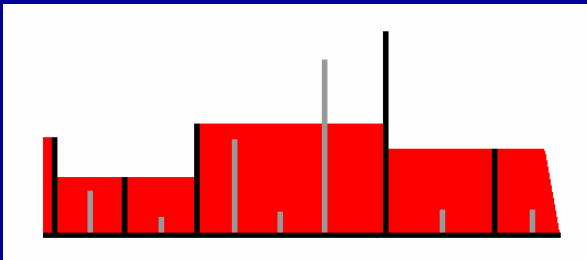


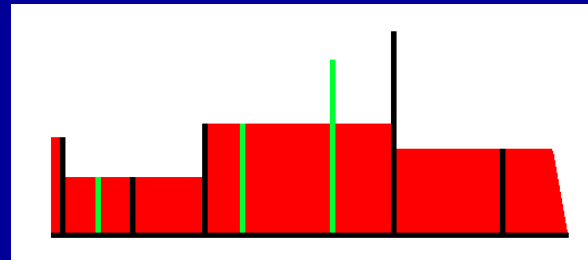
Image hiérarchique h_0



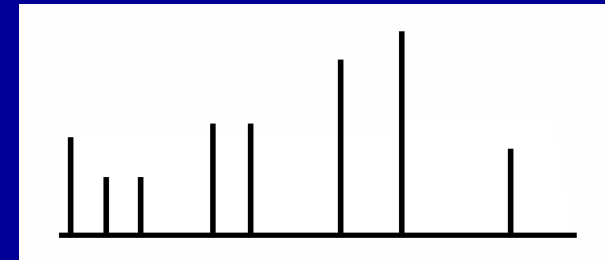
h_1 et $s_1 = w(h_0)$



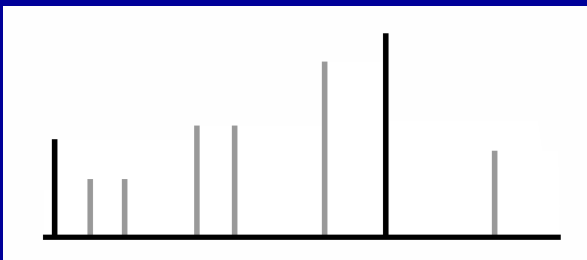
Contours à analyser



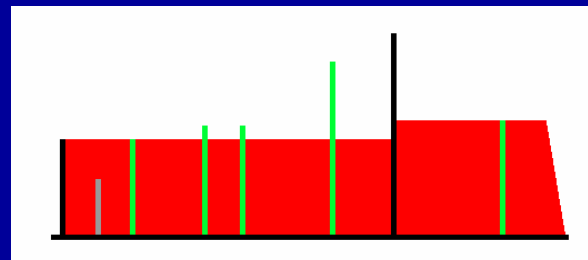
Contours restitués



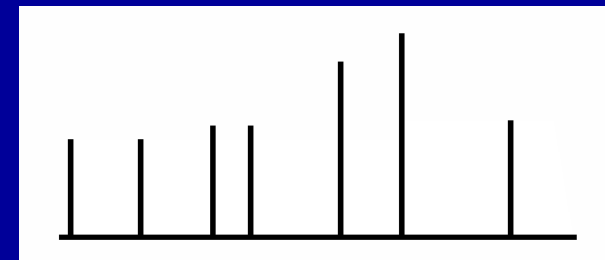
Segmentation finale s'_1



Segmentation s_2 initiale
et contours à analyser



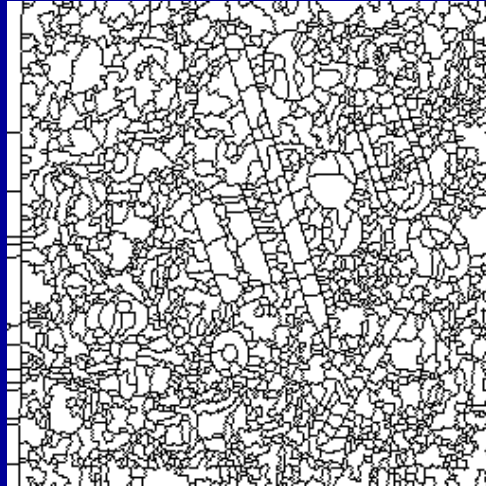
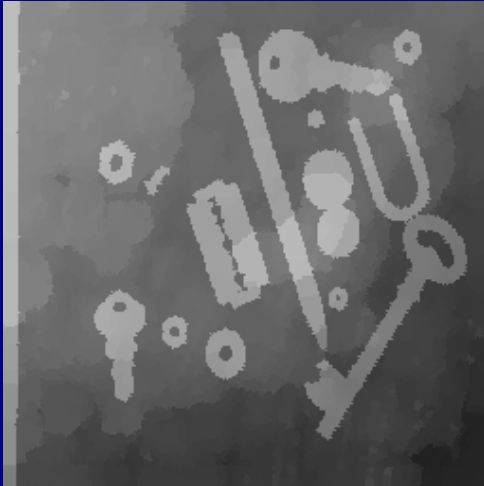
Contours restitués et
contour supprimé



Segmentation finale s'_2

LIMITATIONS ET ALGORITHME P

Dernier niveau JAMAIS vide. Procédure auto-bloquante



Lorsque des maxima de l'image hiérarchique apparaissent, la LPE les fait disparaître (transformée semi-homotopique). Ils ne contribuent plus à la genèse des hiérarchies

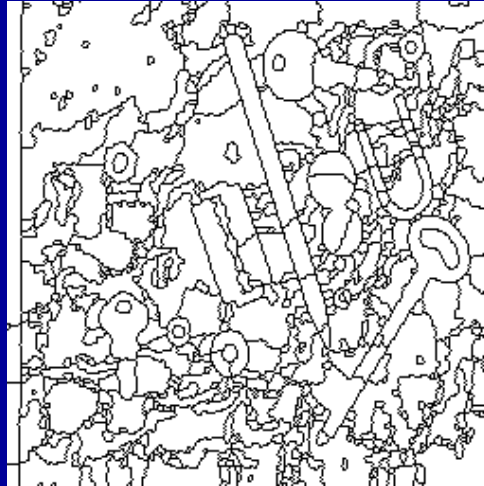
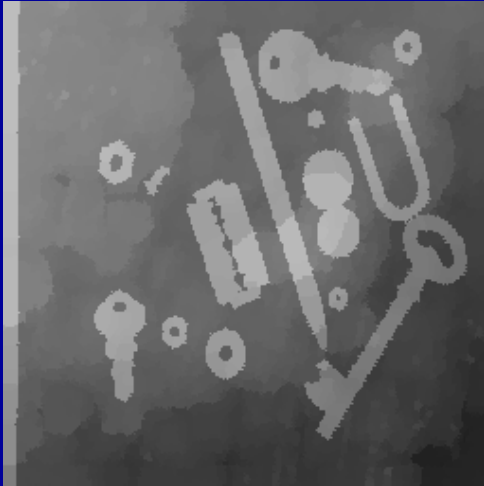
L'algorithme P

Une variante (un bogue...) de l'algorithme standard consiste à comparer la hauteur des contours *de* s_0 [au lieu de s_i] à h_{i+1} ...

- **Réintroduction de contours déjà éliminés**
- **Ces contours sont à l'intérieur de maxima de l'image hiérarchique**
- **Ces maxima sont alors eux-même réintroduits**
- **Ils peuvent alors intervenir dans le classement des hiérarchies**

LIMITATIONS ET ALGORITHME P

Dernier niveau JAMAIS vide. Procédure auto-bloquante



Lorsque des maxima de l'image hiérarchique apparaissent, la LPE les fait disparaître (transformée semi-homotopique). Ils ne contribuent plus à la genèse des hiérarchies

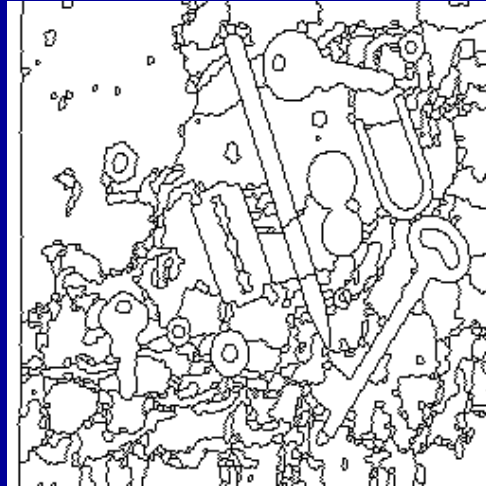
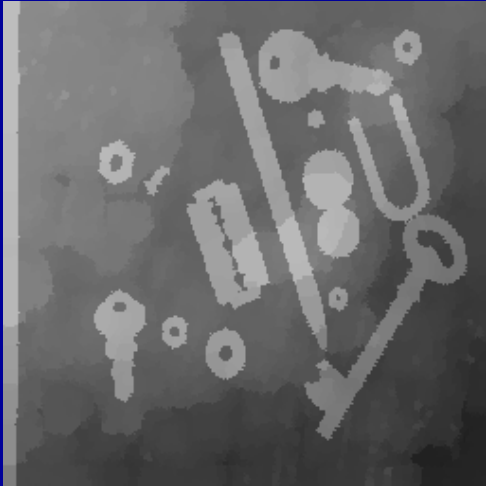
L'algorithme P

Une variante (un bogue...) de l'algorithme standard consiste à comparer la hauteur des contours *de* s_0 [au lieu de s_i] à h_{i+1} ...

- Réintroduction de contours déjà éliminés
- Ces contours sont à l'intérieur de maxima de l'image hiérarchique
- Ces maxima sont alors eux-même réintroduits
- Ils peuvent alors intervenir dans le classement des hiérarchies

LIMITATIONS ET ALGORITHME P

Dernier niveau JAMAIS vide. Procédure auto-bloquante



Lorsque des maxima de l'image hiérarchique apparaissent, la LPE les fait disparaître (transformée semi-homotopique). Ils ne contribuent plus à la genèse des hiérarchies

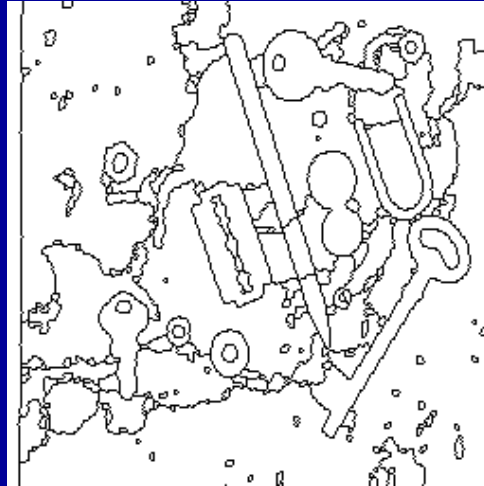
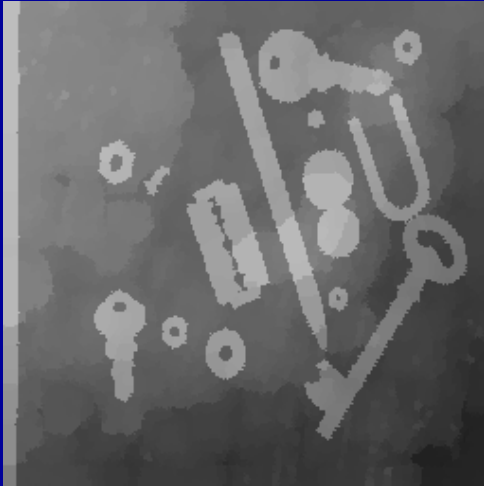
L'algorithme P

Une variante (un bogue...) de l'algorithme standard consiste à comparer la hauteur des contours *de* s_0 [au lieu de s_i] à h_{i+1} ...

- Réintroduction de contours déjà éliminés
- Ces contours sont à l'intérieur de maxima de l'image hiérarchique
- Ces maxima sont alors eux-même réintroduits
- Ils peuvent alors intervenir dans le classement des hiérarchies

LIMITATIONS ET ALGORITHME P

Dernier niveau JAMAIS vide. Procédure auto-bloquante



Lorsque des maxima de l'image hiérarchique apparaissent, la LPE les fait disparaître (transformée semi-homotopique). Ils ne contribuent plus à la genèse des hiérarchies

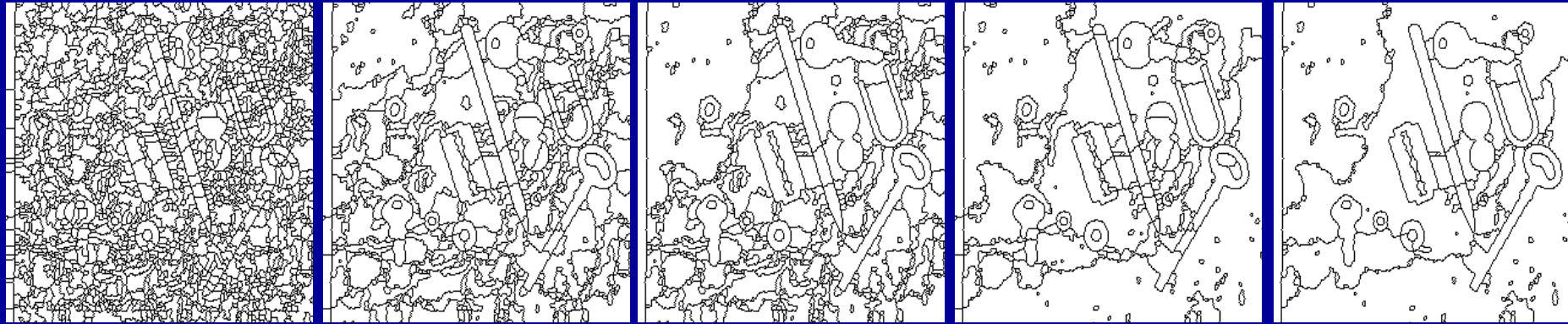
Résultat final de l'algorithme standard

L'algorithme P

Une variante (un bogue...) de l'algorithme standard consiste à comparer la hauteur des contours *de* s_0 [au lieu de s_i] à h_{i+1} ...

- Réintroduction de contours déjà éliminés
- Ces contours sont à l'intérieur de maxima de l'image hiérarchique
- Ces maxima sont alors eux-même réintroduits
- Ils peuvent alors intervenir dans le classement des hiérarchies

ALTERNANCE DE CONTOURS DANS L'ALGORITHME P



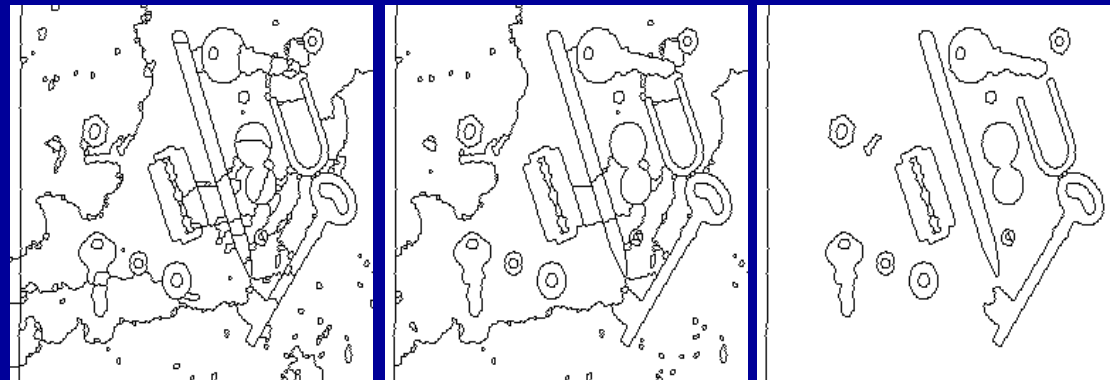
S_0

S_1

S_2

S_3

S_4

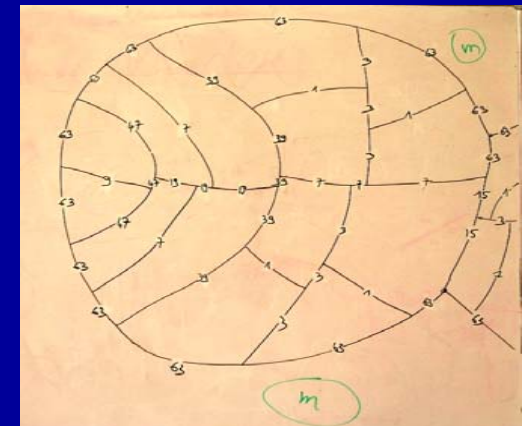


S_5

S_6

S_7

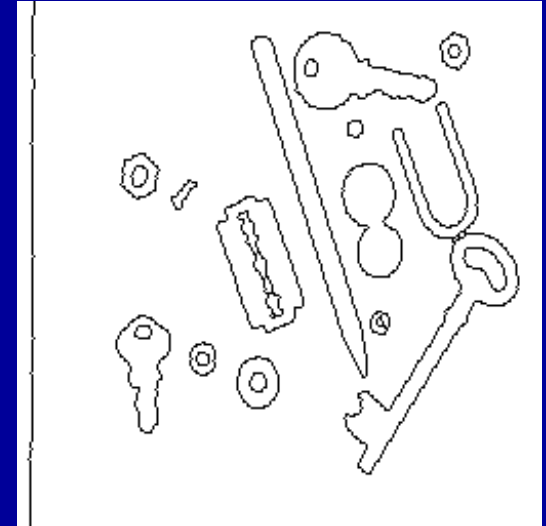
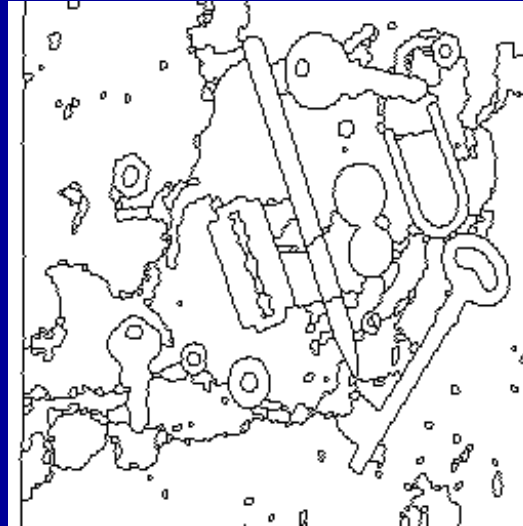
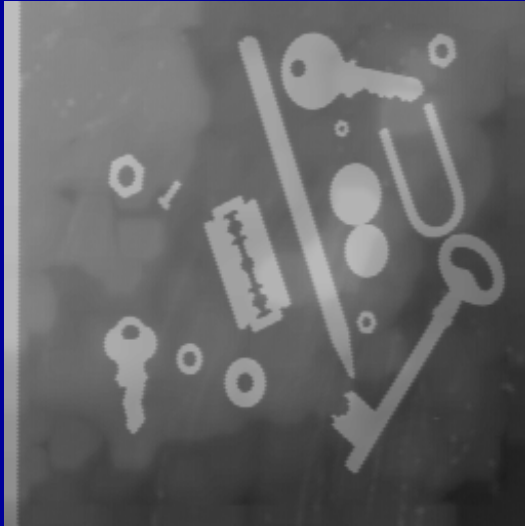
La réintroduction des contours synchronise les hiérarchies



- L'alternance peut être de période quelconque
- L'oscillation est toujours amortie (stabilité)

Une configuration monstrueuse

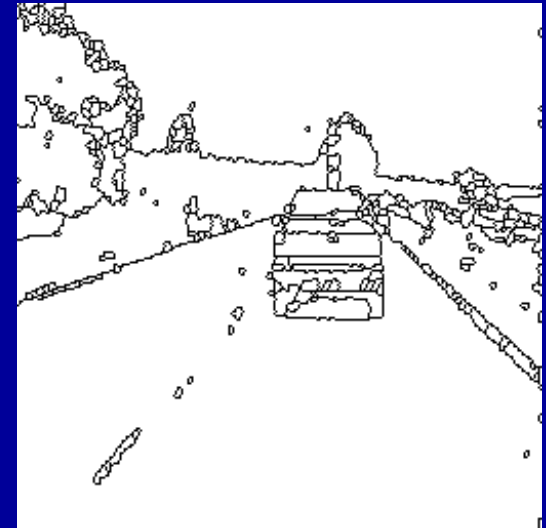
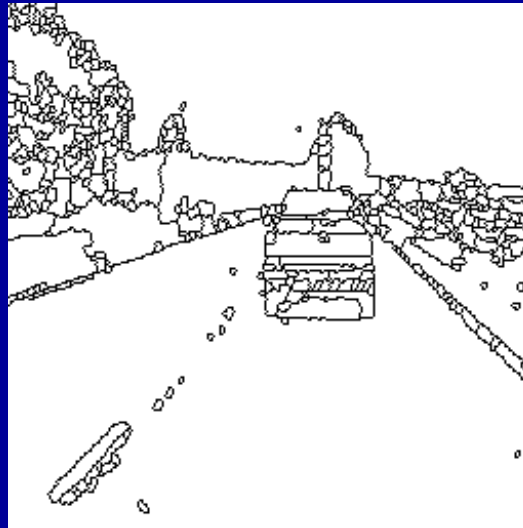
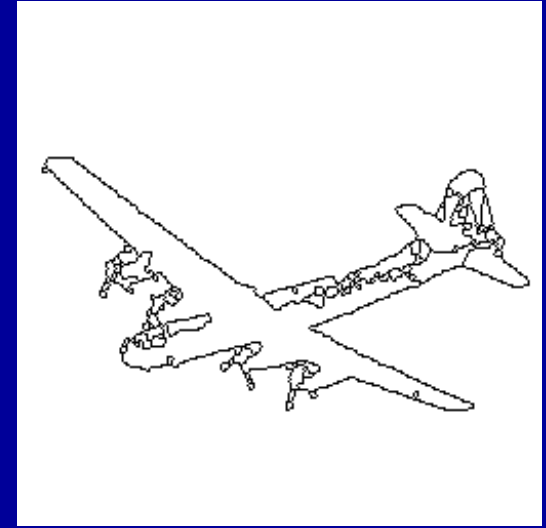
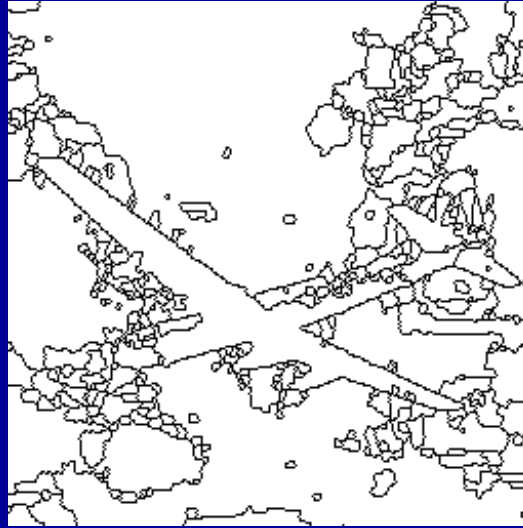
EXEMPLES COMPARATIFS



Algorithme standard

Algorithme P

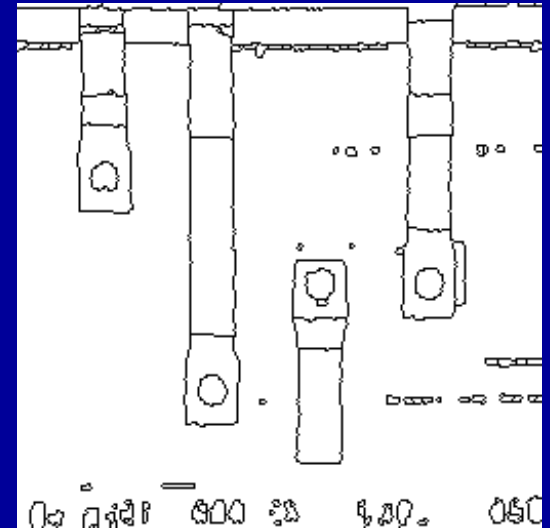
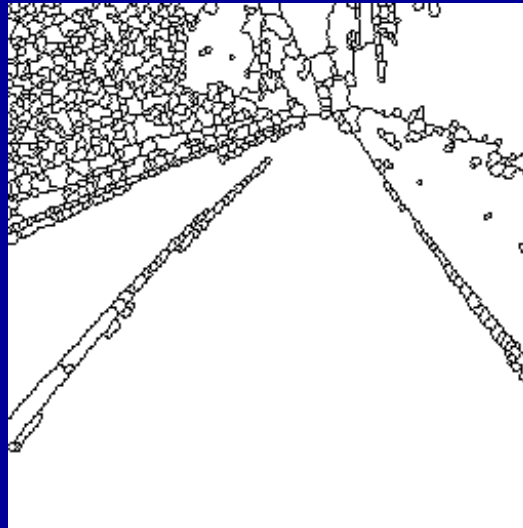
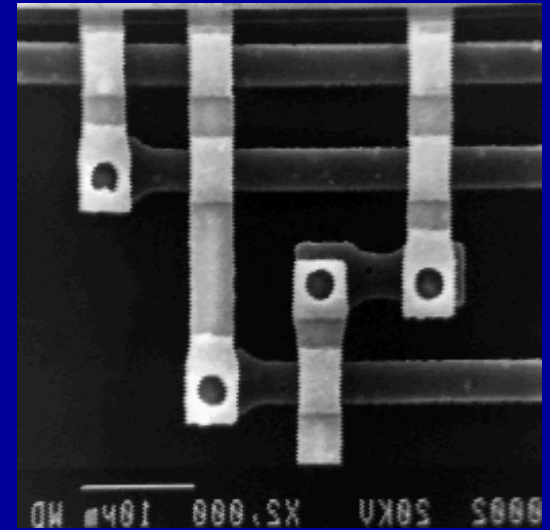
EXEMPLES COMPARATIFS (2)



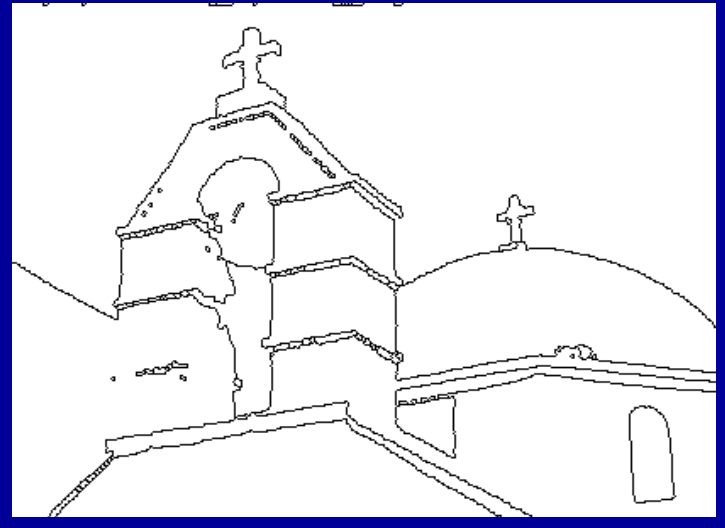
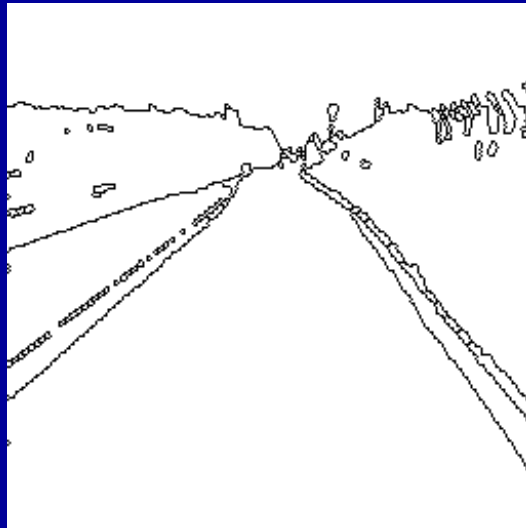
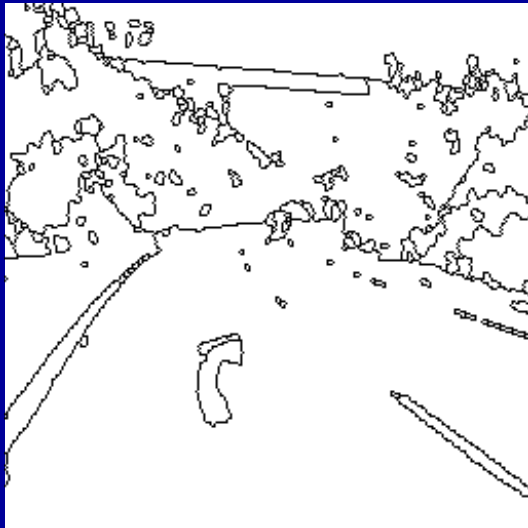
Algorithme standard

Algorithme P

AUTRES EXEMPLES



AUTRES EXEMPLES (2)



PERSPECTIVES LIEES A L'ALGORITHME P

- **L'algorithme P est un algorithme auto-bloquant et non paramétrique**
- **Une caractéristique remarquable de l'algorithme P est sa capacité à séparer les formes du fond. Cette caractéristique fait de l'algorithme un outil puissant de perception de structures (« gestalt »)**

Travaux actuels (entre autres):

- **Explication du rôle de l'algorithme P en relation avec certains mécanismes de perception (ancrage, articulation)**
- **Problème de la comparaison des résultats (pour le moment, elle reste très subjective) → Utilisation de la base de segmentation d'images de Berkeley**

CONCLUSION : METHODOLOGIE EVOLUTIVE

Méthodologie fructueuse

- Extension au monde 3D
- Extension aux graphes
- Nouveaux développements (résidus)

Ces outils sont (presque) aisément compréhensibles et pratiques

- Il n'y a usuellement pas de changement d'espace (espace image)
- La boîte à outils s'est enrichie de nouvelles transformations

Les performances s'améliorent spectaculairement

- Nouveaux algorithmes, en particulier pour les segmentations hiérarchiques
- Vitesse des algorithmes permettant du temps réel

Nouveaux outils disponibles

BIBLIOGRAPHIE

- **S. BEUCHER, C. LANTUEJOUL, Use of watersheds in contour detection** . International Workshop on image processing, real-time edge and motion detection/estimation, Rennes, Sept. 1979. (*disponible en téléchargement*)
- **S. BEUCHER, Segmentation d'images et morphologie mathématique**. Doctorate thesis, Ecole des Mines de Paris, Cahiers du centre de Morphologie Mathématique, Fascicule n° 10, Juin 1990. (*disponible en téléchargement*)
- **F.MEYER, S. BEUCHER, Morphological segmentation**. Journal of Visual Communication and Image Representation, n° 1, Vol. 1, Oct. 1990.
- **S.BEUCHER, F. MEYER, The Morphological approach of segmentation: the watershed transformation**. In Dougherty E. (Editor), Mathematical Morphology in Image Processing, Marcel Dekker, New York, 1992. (*disponible en téléchargement*)
- **S. BEUCHER, Watershed, hierarchical segmentation and waterfall algorithm**. Proc. Mathematical Morphology and its Applications to Image Processing, Fontainebleau, Sept. 1994, Jean Serra and Pierre Soille (Eds.), Kluwer Ac. Publ., Nld, 1994, pp. 69-76.
- **S. BEUCHER, Transformations résiduelles en Morphologie Numérique**. Note interne CMM n° 04/04/MM, Mars 2004. (*disponible en téléchargement*)
- **S. BEUCHER, B. MARCOTEGUI, P algorithm, a dramatic enhancement of the waterfall transformation**. Web document, September 2009. (*disponible en téléchargement*)

OUTILS LOGICIELS

Différentes bibliothèques logicielles existent pour pratiquer les outils morphologiques.

Bibliothèque recommandée: MAMBA



<http://www.mamba-image.org>

MAMBA est une bibliothèque multi-plateformes (Linux, Windows) distribuée sous licence libre X11 (MIT)

Elle a été développée par Nicolas BEUCHER en collaboration avec le CMM.

MAMBA est la suite (libre) du logiciel Micromorph.

Elle est écrite en C et tourne sous Python.