I R S I D

Note pour la réunion de la Commission Scientifique du 2 novembre 1965

(texte retapé sans changements)

L'ANALYSE DES TEXTURES PAR LA GEOMETRIE ALEATOIRE

1 – ETAT ACTUEL DE LA PETROGRAPHIE

Depuis plus d'un siècle la pétrographie étudie les caractéristiques formelles des minéraux : leurs tailles, leurs morphoscopies, leurs agencements dans une même roche.

Elle s'est d'abord manifestée de façon qualitative, et, même aujourd'hui, remarquer qu'un grain pénètre dans un autre est souvent indispensable pour guider le raisonnement du pétrographe.

Mais, parallèlement à ce style d'étude, elle a évolué quantitativement, ce qui lui a permis de ne plus se limiter au sort de tel ou tel grain particulier, mais, par le brassage de populations entières, de déboucher en termes de lois statistiques, à un niveau de généralité plus grand.

Les techniques quantitatives peuvent être destructives. Par exemple, après avoir broyé un matériau, on peut classer ses différentes tranches granulométriques à l'aide de tamis, ou encore sa plus ou moins grande aptitude à rouler à l'aide de machines à secousses, ou certaines de ses propriétés aérodynamiques à l'aide d'un courant ascendant, etc... Par commodité, on regroupe ces répartitions en classes et on étudie ensuite optiquement, au vu des séparations obtenues, de quels critères de taille et de forme elles sont tributaires.

Mais aussi bien sont employées des méthodes qui ne détruisent pas le matériau à étudier, et même nécessairement dès qu'on s'intéresse à son milieu poreux. Dans ce cas, en complétant le volume du matériau poreux par un volume d'un fluide déterminé, de sorte que l'ensemble occupe une enceinte connue (mesures de porosité), ou en déterminant le débit d'un fluide à travers le matériau en fonction de sa dépression (mesures de perméabilité), ou encore en mesurant des surfaces d'adsorption, on détermine des paramètres physiques, fonctions du fluide et des conditions d'expérience, dont les variations sont le reflet des réalités pétrographiques qu'on cherche à découvrir.

A nouveau, cette deuxième série de méthodes, non destructive, doit se prolonger par un examen final de nature géométrique. Il est destiné à lier les paramètres pétrographiques visibles à leurs correspondants pétrophysiques, et utilise les diverses techniques liées à l'optique (lames minces, sections polies, etc...).

Notons bien que l'emploi du microscope n'est nullement inféodé aux approches pétrophysiques, qu'elles soient destructives ou non. Par contre inversement, ces techniques sont souvent intercalées entre la matière brute et son observation finale, parce qu'elles constituent un moyen simple, en regroupant les matériaux en classes d'équivalence suivant un certain point de vue, de passer du stade qualitatif à la quantification statistique.

Ainsi, toute étude pétrographique débouche, à partir d'un certain stade, sur des analyses géométriques du matériau ou de ses classes. Pour dépasser ce stade, les pétrographes ont imaginé des critères structuraux, à partir desquels ils ont pu bâtir toute une systématique des formes (Pettijohn, Strakhov). Plusieurs rubriques générales y regroupent l'ensemble de tous les critères possibles, selon par exemple qu'ils ont trait à la forme, la taille, la direction ou l'agencement entre eux des divers constituants des roches. Quant aux critères proprement dits, ils sont nombreux et cherchent à allier la précision, la sensibilité et la commodité des mesures. L'usage a consacré certains d'entre eux, fondés sur la référence à une charte (Krumbein), ou au contraire directement mesurables (Cailleux). Dans le cadre de ces recherches, depuis quelque temps on voit apparaître de nouvelles tendances.
Elles visent à caractériser l'architecture des grains entre eux à partir d'un critère relatif à l'un d'eux, dont l'évolution de proche en proche à travers le matériau, décrite en termes d'autocorrélation, devient à son tour un critère d'agencement (Schwarzacher). Enfin, pratiquement, indépendamment de cette longue recherche d'ordre conceptuel, et sous l'influence de la mécanisation progressive des techniques de mesures apparaissent actuellement des approches pétrographiques fondées sur les données de compteurs de points (Jung), ou sur les décomptes, en longueur ou en nombre, des traversées des grains et des pores de lames minces (Bogomolova, Nikolaewski) : incontestablement, la pétrographie d'aujourd'hui est féconde.

2 – CRITIQUE DE LA PETROGRAPHIE

Féconde certes, la pétrographie l'est dans un style d'une prolixité inquiétante. Le nombre, la variété, l'étendue de ses analyses n'est plus possible à résumer. Pour la seule étude de l'usure des grains de sable, V. Tonnard déclarait au 6ème Congrès International de Sédimentologie (1963) : "on peut dire que chaque technicien de la sédimentologie a présenté son indice personnel, pour peu qu'il ait été amené à développer un travail particulier. On se trouve ainsi devant une quantité considérable de résultats, témoins de longs et patients efforts, cependant inutilisables dans un travail de synthèse où la comparaison est indispensable ".

La raison profonde de cette incommunicabilité tient à ce que, pour trouver des résultats il a fallu en passer par la construction de critères arbitraires dont ensuite seulement, et à regret, on a découvert la liaison inextricable avec ces premiers ; comme si l'acte de révéler à travers un phénomène naturel, "sa" forme, détruisait par le fait même, l'objectivité de cette représentation. Perdu dans le fatras de ses chartes, ses indices de rondeur, de longueur, de sphéricité, nul ne sait plus à partir de quand il cesse d'atteindre à travers eux la nature, pour contempler, à travers elle, ses propres critères.

Une telle critique, énoncée dans le cas particulier des critères géométriques structuraux peut, sans encombre, être étendue à l'ensemble opératoire de la pétrographie. Prenons par exemple l'opération de tamisage. Elle dépend entre autres de la forme des mailles des tamis, de leurs tailles, de la durée de l'opération, et de la violence des chocs imprimés à la pile des tamis. Or ces paramètres n'interviennent pas comme autant de sources d'erreurs jouant sur la précision du résultat, mais au contraire dans la définition même du résultat (exception faite du cas particulier de grains sphériques et très durs). Donnons encore un exemple, apparemment plus abstrait, mais qui ne résiste pas à la même critique. La célèbre formule empirique de Kozeny, confirmée par plusieurs auteurs, lie perméabilité, porosité et surface spécifique. Comme la perméabilité obtenue par cette formule et celles qu'on peut mesurer par ailleurs ne coïncident pas forcément, certains auteurs utilisent cet écart comme définition d'un nouveau paramètre "le degré de cimentation". D'où de nouvelles formules. Par itération de ces nouvelles formules, nous sommes persuadés qu'on pourrait en trouver encore d'autres, qui elles-mêmes par itération, etc. ..

A nouveau, en traçant mal la frontière entre les choses et leur mode d'approche, nous nous sommes condamnés à l'incommunicabilité de nos résultats ; pis que cela, du point de vue conceptuel, nous nous sommes enlisés. Nous sommes, en fin de compte, acculés au choix suivant :

- ou bien la pétrographie, prise dans son ensemble, est un vaste sophisme, et alors on comprend mal qu'elle soit féconde,

- ou bien, nulle part, en pétrographie comme ailleurs, il n'est possible de dire d'un objet matériel qu'il possède une forme.

3 – PRINCIPE DE L ' ANALYSE DES TEXTURES

C'est ici que prend naissance l'analyse des textures, en optant pour la deuxième alternative du choix précédent. Elle démarre donc d'un aveu d'impuissance : la nature n'a pas de forme. Toute sa démarche va consister à partir de maintenant à rendre cet aveu systématique et calculé. On assistera alors à la réhabilitation progressive, sur le plan conceptuel, d'un grand nombre des pratiques pétrographiques, en même temps que ces procédés de mécanisation dont nous parlions plus haut se situeront par rapport à elles, et prendront un sens.

Suivant G. Matheron, appelons régionalisation toute fonction de l'espace ou du temps défini en chaque point, mais qu'il n'est pas possible de représenter par une fonction mathématique extrapolable. Les régionalisations auxquelles la pétrographie a affaire sont d'un type un peu particulier puisque le matériau de base possède un nombre fini de constituants, disons n, (quartz, micas, pores...) qui définissent sur lui une partition de l'espace, de sorte que tout point y est caractérisé par n propriétés qualitatives : absence ou présence de chacun de ses constituants. Quantifions ce type de régionalisation de la manière suivante :

S'il y a n constituants ou composantes, nous introduisons pour chacune d'elles la fonction géométrique $k^i(x)$, où x est un point quelconque de la régionalisation telle que

$$k^i(x) = 1 = 100\ \% \qquad \text{si x est dans le constituant i}$$

$$k^i(x) = 0 = 0\ \% \qquad \text{si x est extérieur au constituant i} \qquad [1]$$

Comme on le voit, cette notation de style booléen, en 1 ou 0 a exactement la signification d'une teneur ponctuelle. Les fractions k^i sont reliées par les deux relations évidentes

$$k^i(x).\, k^j(x) \equiv 0 \qquad \text{pour } i \neq j$$

$$\sum_{i=1}^{n} k^i(x) \equiv 1 \qquad [2]$$

La première signifie qu'aucun point ne peut appartenir à deux constituants, la seconde qu'on est bien dans le matériau étudié et non pas à l'extérieur.

La régionalisation ainsi quantifiée sera dite géométrique, et la portion d'espace dans laquelle nous l'étudierons, qui peut la recouvrir complètement ou pas, sera appelée champ. Faisons l'hypothèse que les k^i sont sommables : à chaque composante i correspond donc dans le champ une valeur numérique, sa somme (volume ou surface selon les dimensions de l'espace) ou équivalemment sa somme rapportée au champ de définition, c'est-à-dire sa teneur.

4 – LA TRANSFORMATION EN" TOUT OU RIEN "

Pour réintroduire l'idée pétrographique d'architecture du matériau nous allons procéder exactement comme nous l'avons fait pour définir ses teneurs, mais en élargissant la notion du point mobile x, que nous prenons maintenant comme élément structurant, ou spot S.

Ce spot peut être n'importe quelle forme géométrique, depuis les plus simples, un point, puis le groupe de deux points, jusqu'à des formes continues comme des segments, ou des courbes, ou des surfaces entières (cercles, ensembles de plusieurs surfaces). Précédemment, nous déplacions x à travers tout le champ en associant une valeur vectorielle booléenne à chacune des positions qu'il occupait, compte tenu de la composante où il se trouvait. Associons cette fois-ci notre valeur booléenne au point x, centre de gravité du spot S, qui se déplace par translation de façon à occuper toutes les positions possibles dans le champ, compte tenu du fait que tous les points du spot seront ou non dans une composante donnée (ou plus généralement, si le spot est réparti en k morceaux individualisables, que chacun d'eux est entièrement dans telle composante, spécifique du morceau). Prenons par exemple pour S un couple de points, d'orientation fixe α et de distance fixe h, dont le milieu x se déplace à travers le champ.
On s'intéresse à la composante i, par conséquent on mettra un au point x si les deux points du couple sont simultanément dans cette composante, et zéro dans le cas contraire :

$$k_S^i(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } S(x) \in \text{composante } i \\ 0 & S(x) \notin \text{composante } i \end{cases}$$

Comme précédemment il ne nous reste plus qu'à associer au spot S, pour chaque composante, un nombre, la somme (ou la valeur moyenne) de $k_S^i(x)$ dans le champ. (Plus généralement, on pourra utiliser les fonctions $k_S^{ij}(x)$, associées au fait que telle partie de S est dans la composante i, et telle autre dans la composante j).

En résumé, à partir de l'ensemble de base constitué par une image pétrographique et un élément structurant S, la transformation en tout ou rien restitue :

- une deuxième image
- un groupe de valeurs numériques, les "teneurs" du champ en $k_S^i(x)$.

Voyons maintenant comment cet outil est praticable. Dans ce qui suit, nous ne développerons pas d'exemple, pas plus que nous n'en avons fourni plus haut de la pétrographie classique. Nous nous contenterons de survoler les différentes routes qu'a ouvert l'analyse des textures en abordant les trois points suivants :

a) - quels liens rattachent ces figures transformées aux critères pétrographiques traditionnels (ce que nous amènera à définir clairement la notion de texture)

b) - peut-on, par l'analyse des textures d'une régionalisation remonter aux causes physiques qui ont donné naissance à son architecture actuelle (ce sera l'objet de la géométrie aléatoire)

c) - comment l'analyse des textures peut-elle être expérimentée.

5 – RETOUR A LA PETROGRAPHIE

Adoptons le symbolisme classique du calcul des probabilités, E $[k_S^i (x)]$ est la valeur moyenne associée plus haut pour un spot et une composante dans une régionalisation géométrique.

A partir d'un spot unitaire S_0 faisons varier S par homothétie de rapport h et rotation d'angle α. On appellera la fonction $E(\alpha, h)$ la texture de la régionalisation suivant le spot S_0 défini pour i. Plus généralement, si S_0 a trait à plusieurs composantes, si on veut par exemple que

$$\overset{.}{i} \quad \overset{.}{j} \quad \overset{.}{k} \equiv S_0$$

un point de S_0 soit i puis le segment suivant entièrement j et le point à droite k, on définira la texture comme précédemment, mais pour un spot mixte.

Il est donc possible de construire autant de textures qu'on veut.
Comment les classer entre elles ? Notons d'abord qu'on ne peut pas par simple calcul passer des unes aux autres : elles sont à chaque fois un point de vue différent pour regarder la régionalisation. Pour dépasser cette pluralité et atteindre des concepts qui recouvrent l'ensemble de toutes les textures, nous devrons faire appel au paragraphe suivant à un certain nombre d 'hypothèses qui nous axeront sur la théorie des fonctions aléatoires. Mais restons ici au stade de la description pure qui en soi, n'a rien à voir avec le calcul des probabilités.

Les spots discontinus débouchent sur les critères morphoscopiques et d'agencements des éléments. Leur aspect discontinu leur permet en effet d'enjamber à travers la régionalisation des éléments différents de celui qui les intéresse pour aller retrouver ce dernier au-delà d'une certaine distance. Par contre les spots continus relatifs à une composante, de par leur obligation de rester aussi longtemps que possible dans le même grain, indiqueront, eux, des paramètres de taille.

Nous avons montré sur des exemples concrets (8) comment à partir de spot discontinu, le couple le plus simple, le couple de points, se manifestaient tous les critères morphoscopiques classiques, et même d'autres, comme par exemple la structure des inclusions dans des grains.

Dans le domaine des spots continus, à une seule composante, G. Matheron a proposé récemment (5) une définition de la granulométrie qui coïncide avec celle définie par tamisage dans le seul cas où cela est possible, celui des populations de grains sphériques, mais généralise ce concept à n'importe quelle régionalisation géométrique (donc en particulier en milieu poreux). Il opère en faisant des produits de transformations en tout ou rien, ce qui élargit considérablement le champ des textures possibles.

Non seulement leur continuité, mais aussi leur anisotropie peut servir de principe de classement parmi les spots, puisque plus celui-ci sera anisotrope, plus il mettra en évidence les anisotropies des images. A deux

dimensions, par exemple, existe toute une gradation allant du groupe de points alignés, ou du segment d'une part, aux cercles ou couronnes circulaires de l'autre, en passant par des spots triangulaires, ou continus, mais d'une éllipticité variable. Cette remarque est pratiquement importante, car elle oriente l'expérimentation, et la recherche, vers les deux extrêmes, qui selon les besoins seront les plus exempts de toute anisotropie, ou au contraire ses plus purs révélateurs.

Enfin il est important de connaître la dernière classification des types de spots, suivant qu'ils seront mixtes ou pas. Ces derniers nous ont permis d'étudier comment une espèce de grain s'entourait d'une autre. Ils débouchent sur la généralisation des propriétés markoviennes. A une dimension, ils nous paraissent un excellent moyen d'atteindre les séries et les séquences stratigraphiques dans un grand ensemble. C'est en tout cas dans ce sens que nous travaillons actuellement pour dépouiller des logs sédimentaires.

6 – LES FONCTIONS ALEATOIRES GEOMETRIQUES

Une texture peut constituer une fin en soi, et en tout cas un document transposable à travers tous les langages pétrographiques, mais elle peut aussi suggérer, par son allure linéaire ou logarithmique par exemple, l'existence de certaines lois qu'elle traduit. Pour pouvoir inférer jusqu'à ces lois il faut utiliser l'arsenal théorique du calcul des probabilités, et plus spécialement des fonctions aléatoires, inférence qui ne sera légitimée que par certaines conditions (stationnarité, ergodicité). Ces conditions sont en fait assez souvent réalisées en pratique, et de toute façon très facilement vérifiables.

Le schéma de pensée consiste alors à arriver à bâtir un modèle de fonction aléatoire qui possède les mêmes textures que celles qu'on a estimées sur la régionalisation, et à supposer que celles qu'on a choisies étaient assez représentatives pour que toutes les autres vérifient cette identité (le bon choix est du reste fonction du modèle présumé). Cette fonction aléatoire, si elle existe, condense toutes les informations imaginables sur l'architecture de la régionalisation, donc commande à coup sûr une bonne partie de ses propriétés physiques, et enfin explicite les causes qui lui ont donné naissance.

Prenons un exemple. A propos du concretionnement de la calcite dans un faciès entrecroisé, nous avons imaginé deux modèles, selon que cette migration était causée par un déplacement d'eau calcaire, ou une diffusion en milieu aqueux mais statique. Seul le second modèle s'est avéré vérifier les textures mesurées sur les faciès lithologiques.

7 – L'ANALYSEUR DE TEXTURES (*)

L'une des difficultés de l'étude des fonctions aléatoires géométriques réside dans le calcul littéral de leurs textures. On peut parfois le résoudre complètement, mais fréquemment on aboutit à des méthodes de résolution numérique ; dans ce cas il peut paraître plus simple de dessiner des réalisations de ces fonctions, et d'effectuer les mesures expérimentales de leurs textures sur ces dessins.

(*) – Cet appareil a fait l'objet d'un brevet ISRID déposé en juillet 1965 n° PV 23 273, sous le titre «dispositif d'analyse de texture ».

D'un autre côté, les régionalisations géométriques naturelles, quelle que soit leur origine, se présentent en définitive à l'expérimentation sous la forme d'un certain nombre de dessins à une ou deux dimensions dont les composantes sont suffisamment différentiables par un appareillage optique (œil, microscope).

Comment appliquer à ces dessins la transformation en tout ou rien, et mesurer les textures correspondant à une gamme de spots intéressante ?

C'est pour résoudre ce problème que nous avons construit l'analyseur de textures, qui fonctionne actuellement au service géologique de l'IRSID. Nous avons préféré réaliser un appareil plutôt que d'utiliser l'un des quelques appareillages du même style existant aujourd'hui sur le marché pour trois raisons :

1° - les plus perfectionnés de ces appareillages utilisent une caméra de télévision et intercalent entre elle et la régionalisation une optique grossissante, de façon à voir suffisamment celle-ci. Dès lors, le champ analysé est d'autant plus petit que l'optique grossit plus, et donc que le pouvoir séparateur de la caméra augmente. Les conditions de validité d'estimation d'une régionalisation (ergodicité) nous avaient montré que souvent il serait indispensable d'avoir simultanément un grand champ et un fort grossissement, d'où l'impossibilité pour nous d'accepter le principe de ces appareils, sous leur forme actuelle. Aussi, même si cela paraissait plus long, nous avions intérêt à déplacer la régionalisation devant une tête de lecture fixe, seule façon de s'affranchir de la limitation due à l'optique. Nous l'avons fait, ce qui par ricochet a supprimé l'avantage principal de la télévision, son balayage, et nous a permis de la remplacer par quelque chose de plus précis et de bien moins cher : un photomultiplicateur.

2° - Même si dans l'avenir ces appareillages existants se perfectionnaient par un déplacement systématique de la régionalisation vis-à-vis de l'axe optique du microscope, ce qui risque de se produire, ils n'en continueraient pas moins à ne pas nous satisfaire. Ils mesurent des textures selon des segments, pour une seule composante. Par contre, ils n'ont accès ni aux spots discontinus, ni aux spots mixtes, ni, à l'opposé, aux spots circulaires. Or nous tenons énormément aux uns comme aux autres.

3° - L'absence de conceptualisation pétrographique qui se cache derrière ces techniques, admirables sur le plan de l'électronique, fait de ces appareils des engins très rigides. Il est indispensable pour une même régionalisation de pouvoir tester si telle composante constitue vis-à-vis des autres un processus semi markovien, ou si c'est au contraire telle autre, et de préférence sans avoir pour cela à défaire et reconstruire la moitié de l'appareil. Dans la ligne logique de nos recherches, il ne nous était plus possible d'accepter un appareil qui nous impose, rajoutés à l'interminable liste déjà existante, ses quatre ou cinq critères supplémentaires sans qu'on sache pourquoi, nous exigions tout au contraire un engin auquel nous puissions poser des questions, auquel nous puissions imposer, <u>nous</u>, nos spots et nos textures, c'est-à-dire un engin programmable.

Par conséquent :

- balayer automatiquement un champ choisi librement sur la régionalisation par l'opérateur,
- user de spots continus ou non, mixtes ou non,
- programmer n'importe quelle texture accessible à partir des spots de base

ont constitué les raisons pour lesquelles nous avons désiré, et réalisé, l'analyseur de textures. Ce sont aussi bien ses caractéristiques essentielles.

8 – CONCLUSIONS

Quantitativement parlant, la nature n'a pas de forme. Si une telle assertion a pu servir de pilier à la pétrographie, il n'est pas impensable que ses conséquences s'avèrent fructueuses dans bien d'autres domaines.

Ce qui précède est une façon de voir indépendante de l'échelle d'observation, à propos de l'ensemble sédimentaire du Toarcien ferrifère de Lorraine elle a du reste porté des fruits à peu près à toutes les échelles et que l'on concevrait fort bien appliquée à la géographie physique, comme à la métallographie, ou aux structures bien plus petites que celles visibles au microscope optique.

Ce qui précède est aussi une façon d'accéder aux phénomènes géométriques fluctuant dans le temps, des déplacements de particules ou de nuages ou des phénomènes de développement en biologie.

Enfin cette approche aborde, sans les résoudre nullement, l'immense foule des problèmes des relations entre une régionalisation géométrique et ses propriétés physiques : écoulement d'un gaz au travers, perméabilité à un mélange diphasique, propriétés de rupture, aptitude au broyage, etc... Dans tous ces domaines les ponts devront être construits à partir des deux rives : la pétrographie et la pétrophysique.

Ce qui précède n'est qu'une partie de cette construction, quelques pierres du côté de la pétrographie.

J. SERRA

Bibliographie

1 – BOGOMOLOVA, NIKOLAEWSKI -B A N, Propriétés des roches et écoulements de filtration (vol. 1), Moscou, 1962 (Trad. Institut Français du Pétrole, janvier 1965).

2 – CAILLEUX -Granulométrie des formations à galets. Géologie des terrains récents - Société Belge de Géologie (Bruxelles, 1946).

3 – JUNG (J.), BROUSSE (R.) - Classification modale des roches éruptives en utilisant les données fournies par le compteur de points - Masson, Paris, 1958.

4 – KRUMBEIN (W.C.) - Measurement and geological signifiance of shape and roundness of sedimentary particules -J. Sed. Petr. , 1941.

5 – MATHERON (G.) - Les variables régionalisées et leur estimation - Granulométries en place et milieux poreux aléatoires -Thèses, Paris, 1965.

6 – PETITJOHN (J .F.) , KRUMBEIN (W.C.) - Manual of sedimentary petrograpby - Appleton Century Vroft, New-York (1938).

7 – SCHWARZACHER (W) - Application of statistical time serie analysis - J. of Geology (mars 1964).

8 – SERRA (J.) - Contribution à la pétrographie quantitative - Bulletin du Bureau de Recherches Géologiques et Minières (sous presse).

9 – STRAKHOV (N.M.) - Méthodes d'étude des roches sédimentaires - Moscou, 1957 (Trad. B.R.G.M.).

10 – TONNARD (V) - Critères de sensibilité appliqués aux indices de forme des grains de sable - Communication au 6ème Congrès International de Sédimentologie (1963).