



Funded by
the European Union



Paris (France), September 2 -5 2024

CaLISTA Workshop Geometry-Informed Machine Learning

at Mines Paris (France)

DAY 2: Symplectic Model
of Lie Groups
Thermodynamics &
Physics-Informed Neural
Networks (200th Birthday
of Sadi Carnot Book)

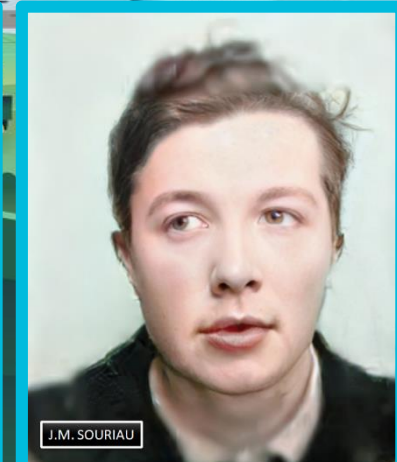
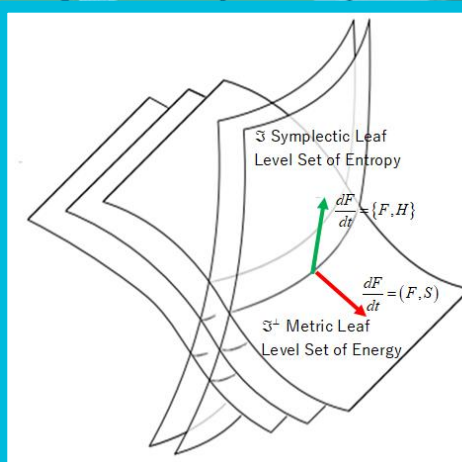
F. Barbaresco

www.thalesgroup.com

« Every mathematician knows that it is impossible to understand an elementary course in thermodynamics. »

Vladimir Arnold

"Les notions d'espace et de symétrie sont si fondamentales qu'elles sont nécessairement au centre de toute réflexion scientifique sérieuse" -
Pierre CARTIER (1932-2024)



J.M. SOURIAU



Celebration of 200 years since Sadi Carnot's *Réflexions sur la puissance motrice du Feu*, 1824–2024 & les Carnots
Hosted by History of Physics and Applied Science & Technologies Team (HOPAST) at IEMN, France - Patronage by French Académie des Sciences

Official Website URL:

www.carnotlille2024.com



Ecole Polytechnique: Sadi Carnot's Legacy

September
16th-18th
2024

École polytechnique
Palaiseau, France

Sadi Carnot's Legacy

*Celebrating the 200th anniversary
of the 2nd law of thermodynamics*



SADI CARNOT'S LEGACY - "CELEBRATING THE 200TH ANNIVERSARY OF THE 2ND LAW OF THERMODYNAMICS"

When Sadi Carnot published his "Reflections on the motive power of fire" in 1824, there was no sign that one of the greatest scientific revolutions was about to take place, in a world then dominated by mechanics and optics. Yet, by bringing a conceptual analysis to the practical problem of the steam engine, Sadi Carnot wrote the birth certificate of thermodynamics, and, in particular, its second principle.

Today, thermodynamics has branched out into a multitude of fields and applications, from industrial processes to microscopic systems, and continues to renew our view of science.

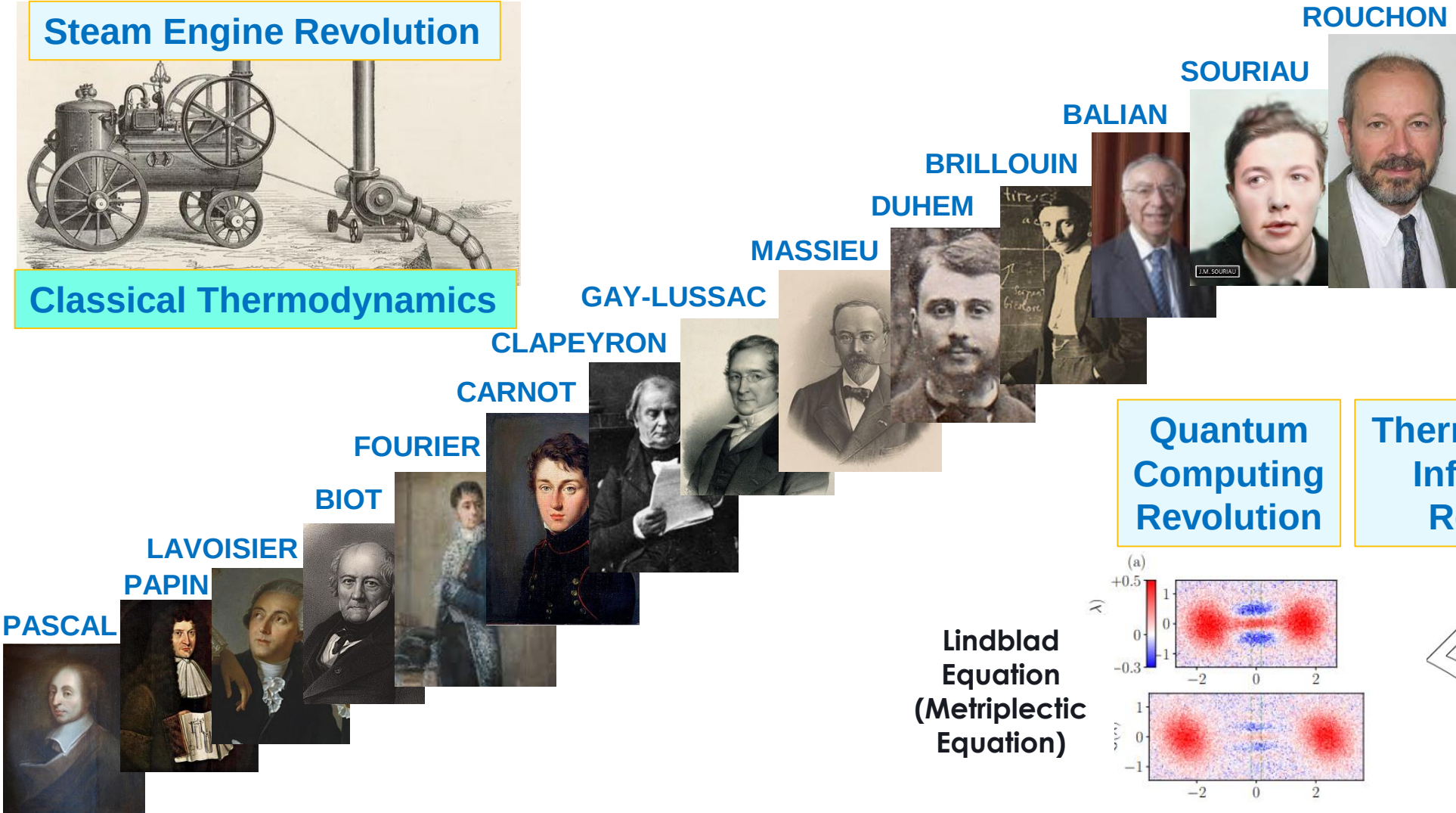
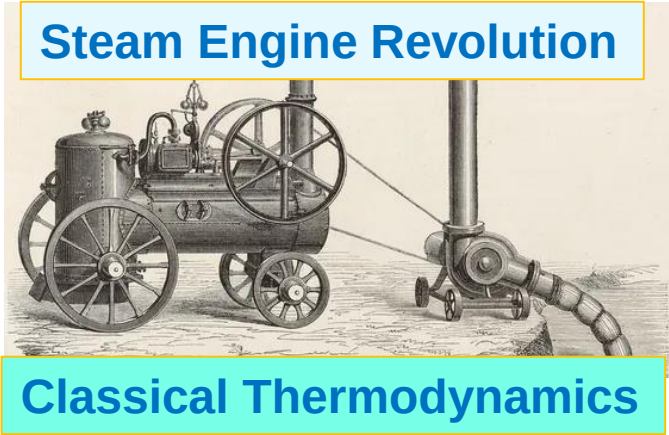
Since its origins, thermodynamics has raised as many questions as it has answered.

To celebrate the bicentenary of the "Réflexions", this colloquium aims to bring together members of the thermodynamics community and to invite them to take a critical look at modern thermodynamics and the open questions it raises. The colloquium will be structured around pedagogical presentations introducing the various fields of the discipline. Poster sessions will allow participants to share their work.

<https://carnot-legacy.sciencesconf.org/>

From Steam Engine To Quantum Computer Qubits Regulation & TINN

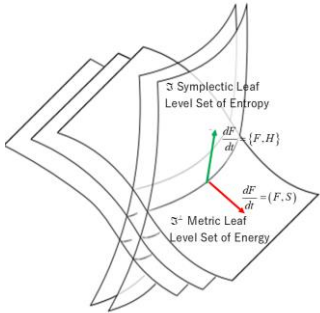
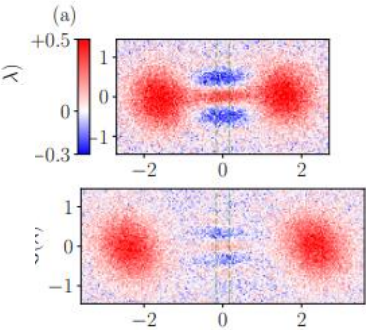
Carnot Equation
(Carnot
Diagram)



Quantum
Computing
Revolution

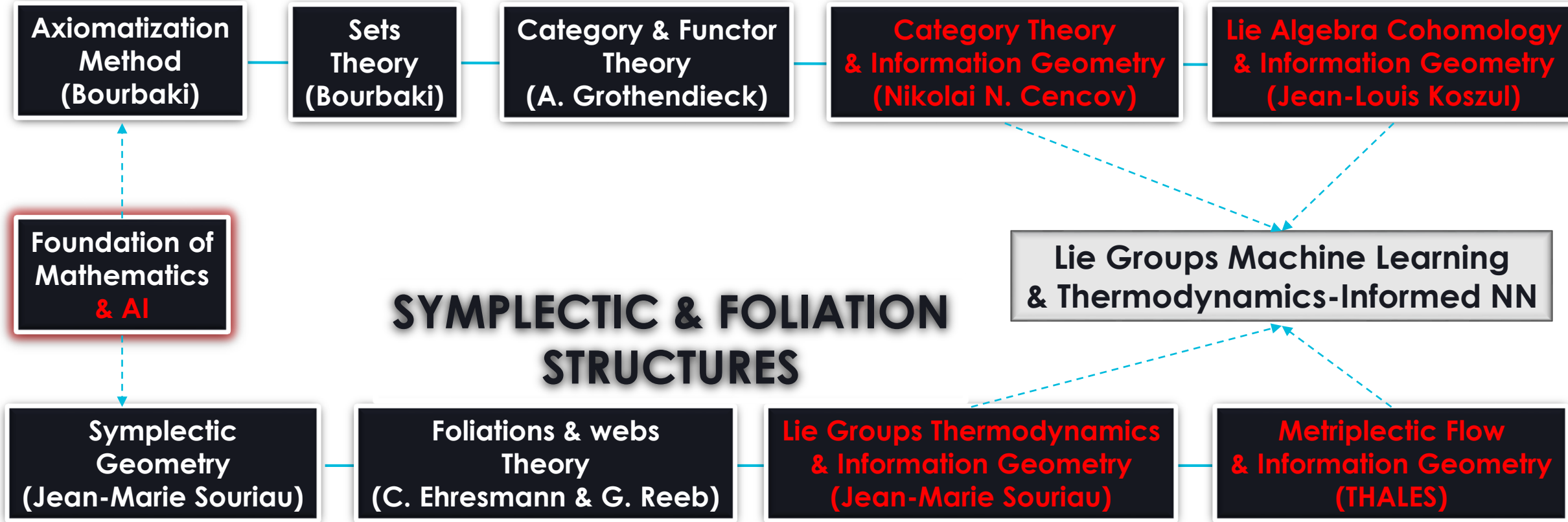
Thermodynamics
Informed ML
Revolution

Lindblad
Equation
(Metricplectic
Equation)



Mathematical Foundations of AI

CATEGORY THEORY



AI Mathematical Foundations: Symplectic Foliations

Lie Groups & Lie Algebra Representation Theory

Lie Algebra Cohomology, Co-adjoint Orbits, Cocycle, Quivers

Symplectic Geometry & Poisson Geometry

Symplectic Manifold associated to Lie Group
Co-adjoint Orbit by KKS 2 Form, Moment
Map, Souriau's Maxwell Principle

Integrable System

complete integrability, Liouville
integrability, Action-Angles Coordinates,
Symplectic Integrators

Foliation Theory

Coisotropic Polar, Bifibration,
Bifoliation, Transverse Poisson
Structure, Symplectic Foliation,
Riemannian Foliation, webs

Information Geometry

Statistical Manifold, Koszul-Fisher Metric,
Natural Gradient, Natural Langevin
Dynamics, Coordinate Free Neural
Network, Hessian Structures, Flat
connexion without torsion

Metriplectic Flow

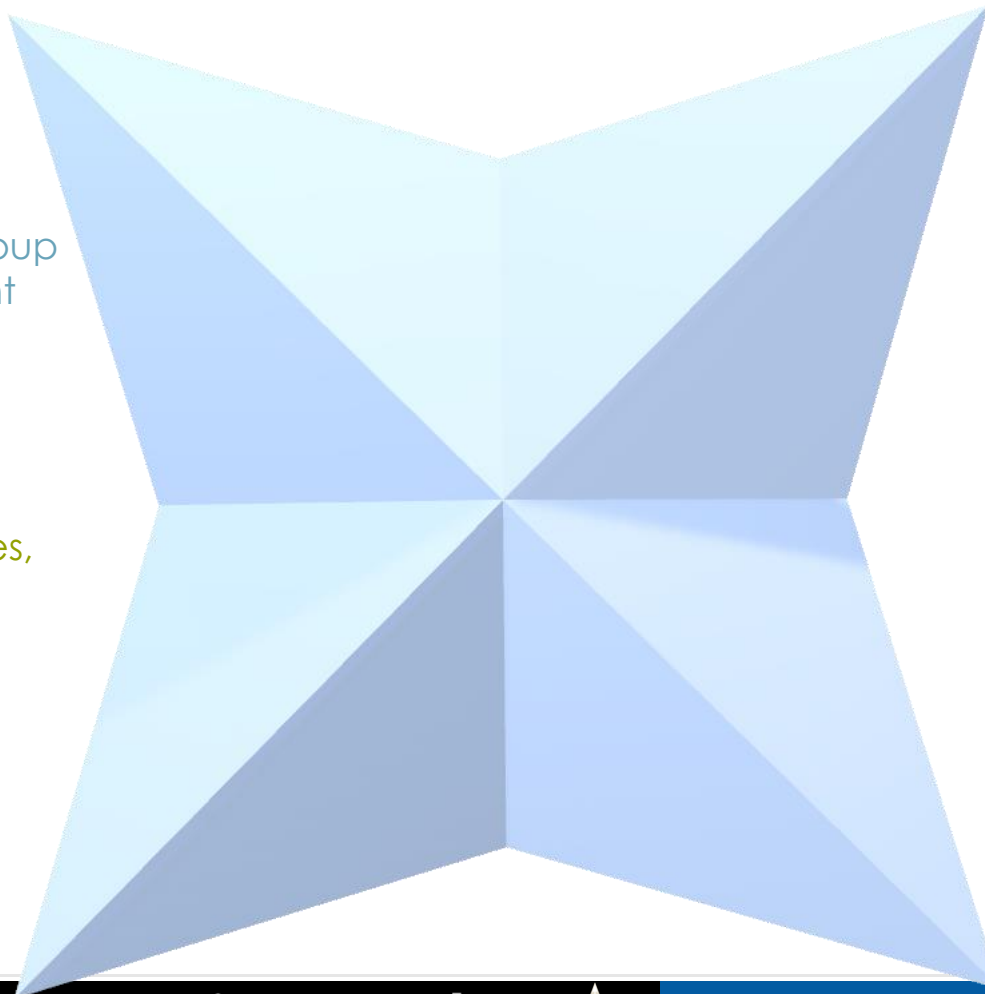
GENERIC Flow, Poisson Bracket, Metric
Flow Bracket, 1st & 2nd Thermodynamics
Principles, Onsager-Casimir Relations,
Dissipation, Transverse Foliations of
Entropy and Energy levels sets

Calculus of Variations

Geometrization of Noether Theorem,
Poincaré-Cartan Integral Invariant,
Euler-Poincaré Equation

Souriau's Lie Groups Thermodynamics

Covariant Gibbs Density, Planck
Temperature in Lie Algebra, Heat in
dual Lie Algebra, Entropy as Casimir
function, Souriau-Fisher Metric



ENTROPY DEFINITION: Entropy is Invariant Casimir Function on Leaves of Symplectic Foliation associated to Coadjoint Orbits generated via Moment Map of Symmetry Group acting on the System.

$$\{S, H\}_{\tilde{\Theta}}(Q) = 0$$

$$\beta \in \text{Ker} \tilde{\Theta}_{\beta} \Rightarrow \left\langle Q, \left[\frac{\partial S}{\partial Q}, Z \right] \right\rangle + \tilde{\Theta} \left(\frac{\partial S}{\partial Q}, Z \right) = 0$$

$$ad_{\frac{\partial S}{\partial Q}}^* Q + \Theta \left(\frac{\partial S}{\partial Q} \right) = 0$$

Metriplectic Flow on Symplectic Foliation & Transverse Metric Foliation

Foliation Leaves =
Level Sets of **Energy**

Foliation Leaves =
Level Sets of **Entropy**

METRIC FOLIATION $\mathfrak{F}^\perp \perp \mathfrak{F}$ **SYMPLECTIC FOLIATION**

1st Principle of
Thermodynamics
Preservation of Energy

2nd Principle of
Thermodynamics
Entropy Production

METRI**PLECTIC FLOW**

$$\frac{dF}{dt} = \{F, H\} + (F, S)$$

Non-dissipative
Entropy = Constant

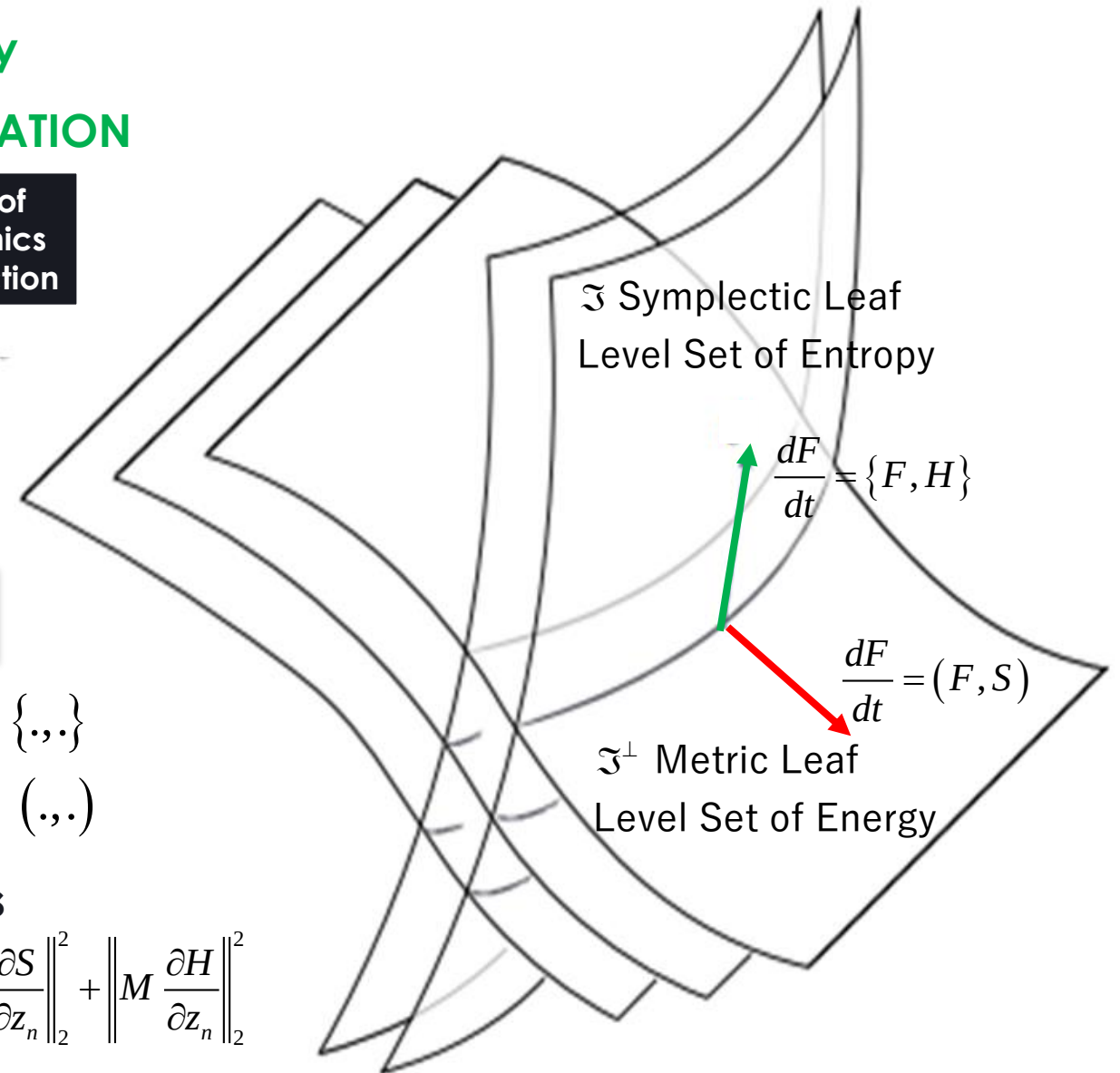
Dissipative
Energy = Constant

$\{F, S\} = 0 \quad \forall F : S$ Entropy Casimir Function for $\{.,.\}$

$(F, H) = 0 \quad \forall F : H$ Energy Casimir Function for $(.,.)$

Thermodynamics-Informed Neural Networks

$$\Lambda = \frac{1}{N_{batch}} \sum_{n=0}^{N_{batch}} (\lambda \Lambda_n^{data} + \Lambda_n^{deg}) \quad \Lambda_n^{data} = \left\| \frac{dz^{GT}}{dt} - \frac{dz^{net}}{dt} \right\|_2^2 \quad \Lambda_n^{deg} = \left\| L \frac{\partial S}{\partial z_n} \right\|_2^2 + \left\| M \frac{\partial H}{\partial z_n} \right\|_2^2$$



symplectic & transverse metric foliations



Baptiste
COQUINOT

DUAL FISHER METRIC
HESSIAN OF ENTROPY

DISSIPATIVE

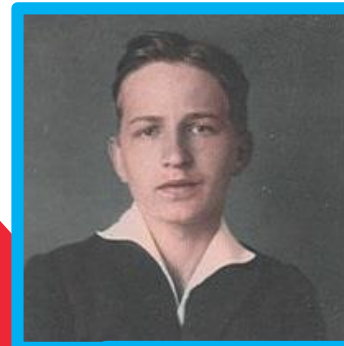
Metriplectic Flow
& Onsager-
Casimir Relations

Transverse
Riemannian
Foliation

Koszul
Information
Geometry

Reeb's Foliation
Theory:
Symplectic
Foliation,
Transverse Metric
Foliation

Symplectic
Foliation



Charles
EHRESMANN



Georges Henri
REEB



Jean-Louis KOSZUL

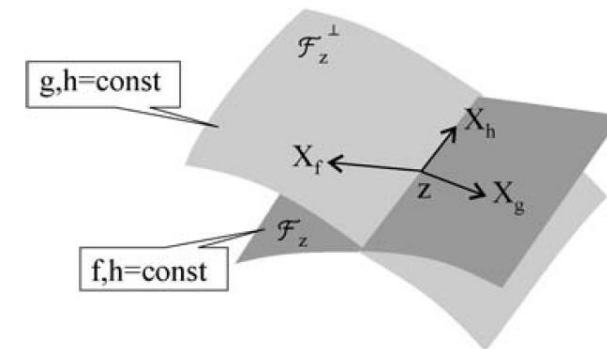
Souriau's Lie Groups
Thermodynamics with
Entropy as Casimir
Function

NON-DISSIPATIVE

FISHER METRIC
HESSIAN OF MASSIEU
KKS 2-FORM



Jean-Marie SOURIAU



Transverse Foliation Structures

•Dazord, P., Molino, P. : Γ -Structures poissonniennes et feuilletages de Libermann, Publications du Département de Mathématiques de Lyon, fascicule 1B, « Séminaire Sud-Rhodanien 1ère partie », chapitre II , p. 69-89 (1988)

Libermann
Foliation
and
Haefliger
 Γ -Structure

•Sabourin, H. : Quelques aspects de la méthode des orbites en théorie de Lie, HDR spécialité Mathématique, Université de Poitiers, 15 Décembre 2005

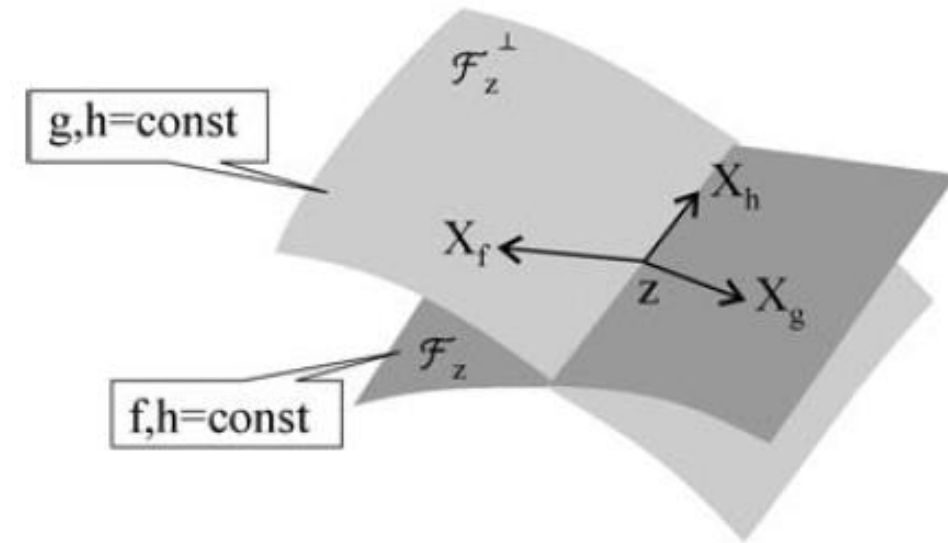
Hervé
Sabourin
Transverse
Poisson
Structure

•Fedida, E. : Sur la théorie des feuilletages associée au repère mobile : cas des feuilletages de Lie. Lecture Notes in Mathematics, vol 652. Springer (1978)

Foliation
based on
Elie Cartan
Moving
Frame

Polar
Foliation,
Bifoliation
and
Bifibration

•Arutyunov, G., Elements of Classical and Quantum Integrable Systems, Springer, (2019)



Foliation

> Foliation Theory Inventors: Ehresmann & Reeb

- ▶ André Haefliger passed away 7th March 2023 : **Haefliger, A.: Naissance des feuilletages d'Ehresmann-Reeb à Novikov. Journal 2(5), 99–110 (2016)**
- ▶ G. REEB, **Sur certaines propriétés topologiques des variétés feuilletées (Thèse)**, Hermann 1952. supervised by Charles Ehresmann
- ▶ *" Sur une durée de quarante années l'immeuble s'est édifié; des centaines d'ouvriers ont œuvré. L'édifice n'est pas achevé, mais on peut visiter. Oui, visiter est le mot"* - Georges REEB



Charles Ehresmann



Georges Henri Reeb



Sergei Petrovich Novikov



André Haefliger

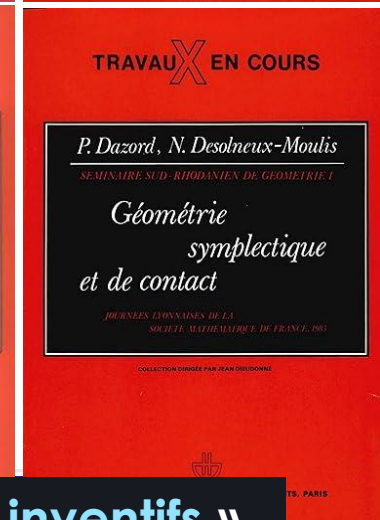
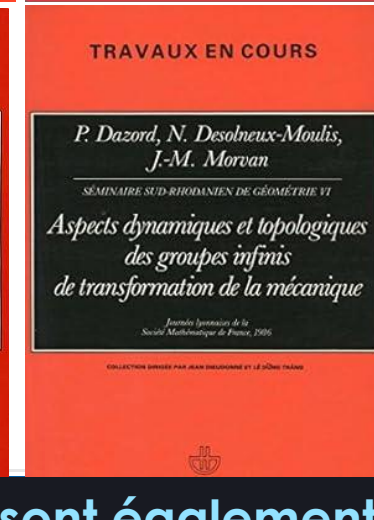
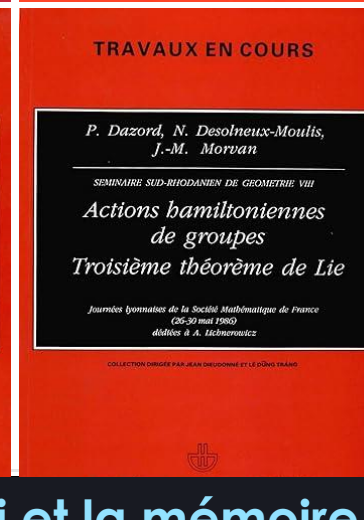
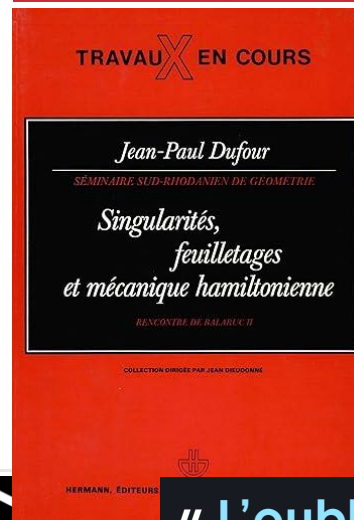
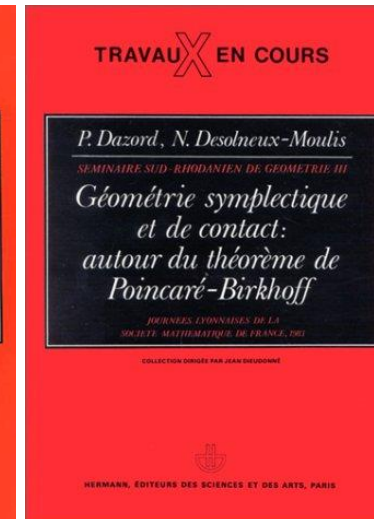
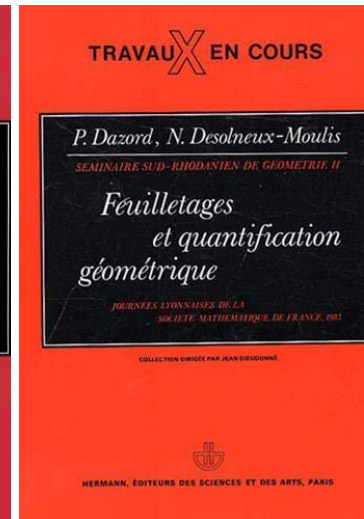
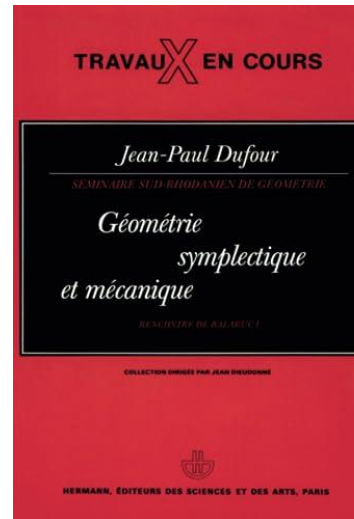
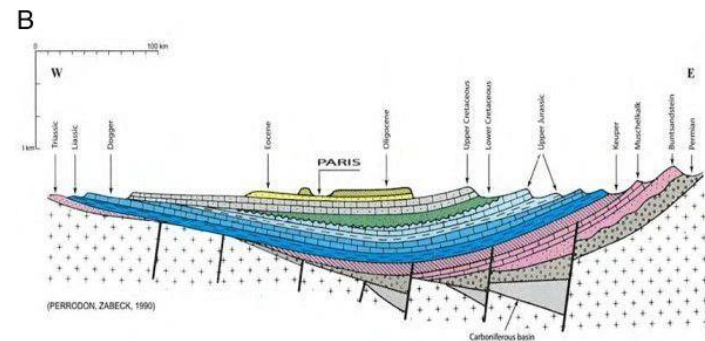
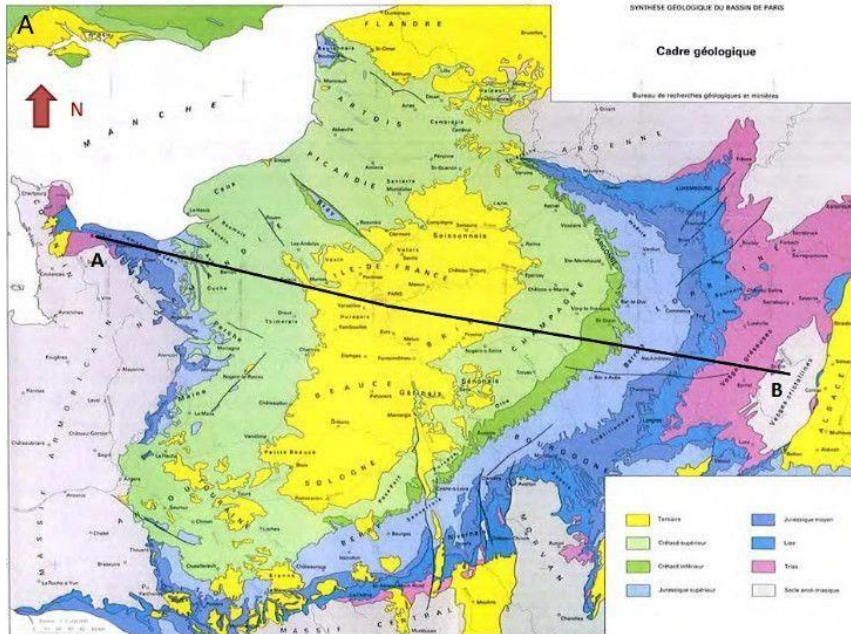
« Nord-Bassin Parisien » Seminar on « Geometric Structures of Dissipation »

> « Nord-Bassin Parisien » Seminar 2020's

- Paris-Metz-Valenciennes-Lille-Louvain-Liège-Bruxelles

■ « Sud-Rhodanien » Seminar 1980's

- Lyon, Marseille, Montpellier



« L'oubli et la mémoire sont également inventifs »
J. L. Borges, Le Rapport de Brodie

Moment Map Geometry & Libermann Foliation: Condevaux, Dazord, Molino

Séminaire Sud-Rhodanien

CHAPITRE V

GEOMETRIE DU MOMENT

M. Condevaux, P. Dazord, P. Molino

Introduction

Le but de cet exposé est double : d'une part définir le cadre naturel dans lequel se généralise l'étude du moment d'une action hamiltonienne ; d'autre part donner une démonstration nouvelle, plus directement inspirée par l'intuition géométrique que les démonstrations connues, des théorèmes de convexité du moment d'Atiyah-Guillemin-Sternberg-Kirwan [A] $[G-S]_1 [G-S]_2 [K]$.

L'idée de base de la première partie est la suivante : la dualité symplectique permet à la fois de faire correspondre à un feuilletage symplectiquement complet au sens de P. Libermann [Lib], un feuilletage orthogonal, et d'associer à l'action hamiltonienne d'un groupe de Lie un moment au sens de J.M. Souriau [So]. Une théorie générale du moment, englobant ces deux situations comme cas particuliers, devra rendre compte de la correspondance établie par dualité symplectique entre certains types de feuilletages singuliers de P. Stefan [St] et H. Süssmann [Su] et certaines Γ -structures de A. Haefliger [H]. C'est ce qui nous amène à introduire la notion de Γ -structure Poissonienne ; une telle structure est le moment généralisé d'un feuilletage de P. Stefan "symplectiquement complet". On montre que les deux cas particuliers évoqués rentrent bien dans ce cadre ; en fait, plus généralement, toute action symplectique d'un groupe de Lie admet en ce sens un moment généralisé. Par un procédé élémentaire de "développement de Darboux", on définit pour une telle action symplectique un moment réduit, à valeurs dans un cylindre muni d'une structure de Poisson affine ; il semble que l'étude de ces différentes notions puisse conduire à quelques problèmes intéressants.

En ce qui concerne les théorèmes de convexité du moment, on traite d'abord le cas des tores à partir de l'idée suivante : la description élémentaire des modèles locaux conduit immédiatement à un résultat de convexité locale ; si Γ^k agit de manière hamiltonienne sur (M, σ) , on en déduit facilement que l'espace $\hat{M}$ des composantes connexes des préimages des points par le moment $J : M \rightarrow \mathbb{R}^k$ a une structure naturelle de variété affine plate à bords et coins affines localement convexe au voisinage du bord. L'appli-

CHAPITRE II

Γ -STRUCTURES POISSONNIENNES ET FEUILLETAGES DE LIBERMANN

P. DAZORD & P. MOLINO

INTRODUCTION -

Les feuilletages de Libermann sont la généralisation, dans le cadre des feuilletages de Stefan, des feuilletages étudiés dans le cas régulier par P. Libermann [8] sous le nom de feuilletages symplectiquement complets et connus des mécaniciens sous le nom de "système complet d'intégrales premières". Ceci justifie le nom donné à cette catégorie de feuilletages

L'étude de ces feuilletages a été clarifiée par l'introduction de la notion de Γ -structure poissonnienne qui est l'extension maximale de la notion de moment au sens de J.M. Souriau [10]. (cf. Chapitre V "Géométrie du Moment"). La notion de feuilletage de Libermann apparaît alors comme duale de celle de Γ -structure poissonnienne. C'est le point de vue adopté ici.

Dans un dernier paragraphe on utilise la théorie des feuilletages de Libermann pour donner une preuve du théorème de structure locale de A. Weinstein [11] pour les variétés de Poisson.

DUALITE SYMPLECTIQUE, FEUILLETAGES ET GEOMETRIE DU MOMENT

P. MOLINO

Abstract

One gives the links between the notions of singular foliations, Γ -structures and momentum mapping in the context of symplectic geometry.

Introduction

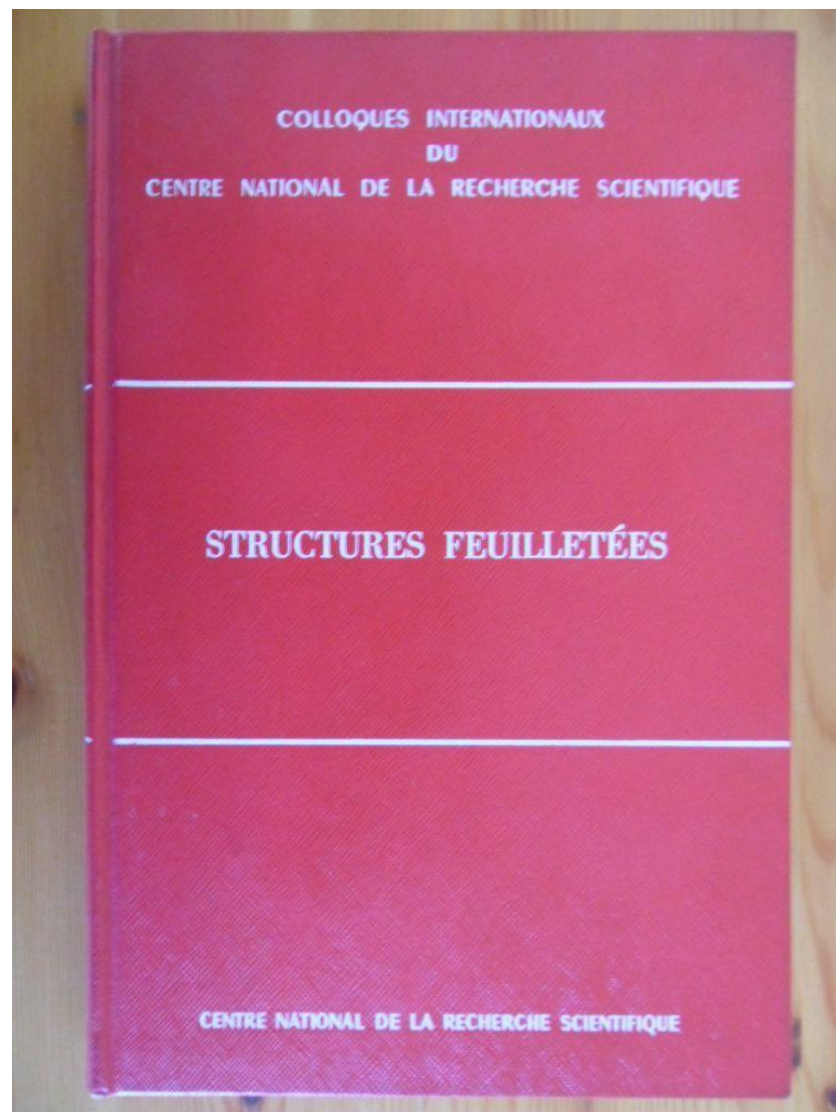
Dans le premier paragraphe de ce papier, après quelques rappels élémentaires de géométrie symplectique, on introduit la notion de *moment généralisé* mise au point en collaboration avec M. Condevaux et P. Dazord [3] dans le cadre du *Séminaire Sud-Rhodanien de Géométrie*. Essentiellement, c'est la traduction en termes de dualité symplectique entre Γ -structures de Haefliger (ici, les Γ -structures Poissonniennes) et feuilletages singuliers de Stefan (ici les *feuilletages de Stefan-Libermann*), de la notion de moment d'une action hamiltonienne due à J. M. Souriau [16].

Le second paragraphe est une contribution à la méthode de réduction symplectique [13]: (M, ω, H) étant un système hamiltonien, on considère une sous-variété Σ de M , qui est une sous-variété de niveau d'une famille d'intégrales premières. On suppose que ω induit sur Σ une forme ω_Σ de rang constant; mais au lieu de supposer le feuilletage caractéristique $\mathcal{C}_\Sigma$ simple, on suppose seulement qu'il admet une métrique *bundle-like* [15] complète. On peut alors introduire le *moment généralisé transverse* du feuilletage singulier défini par les adhérences des feuilles, et poursuivre la réduction en munissant l'espace $\Sigma/\tilde{\mathcal{C}}_\Sigma$ des adhérences des feuilles d'une structure de Poisson.

Un cas particulier intéressant est celui où la variété Σ est simplement connexe; on peut alors définir un vrai *moment transverse structural* $J_\Sigma : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}^p$, où p est la dimension de l'algèbre de Lie structurale [14]. On peut d'ailleurs prouver, si Σ est compacte, un théorème de convexité du moment structural du type du théorème de convexité du moment pour les actions hamiltoniennes de tores [2] [7].

Dans toute la suite, les structures considérées sont de classe C^∞ .

1963, naissance des « Structures feuilletées »



LISTE DES INVITÉS OFFICIELS DU COLLOQUE

Président :

M. A. Denjoy (Paris), Membre de l'Institut.

Organisateurs :

MM. Ch. Ehresmann (Paris), G. Reeb (Grenoble), J. Klein (Grenoble).

Invités :

Mme F. Benzécri-Le Roy (Rennes),	Mlle P. Libermann (Rennes),
MM. J. L. Koszul (Strasbourg),	R. Thom (Strasbourg),
R. Faure (Dakar),	R. Deheuvels (Paris),
Van de Ven (Leiden),	Froelicher (Fribourg),
A. Haefliger (Genève),	C. Olech (Cracovie),
A. Plis (Cracovie),	W. H. Gottschalk (Wesleyan University),
J. Eells (Columbia),	B. Reinhardt (R. I. A. S.),
R. Sacksteder (Columbia),	L. Markus (Minneapolis),
D. G. Spencer (Stanford),	H. Osborn (Illinois),
T. J. Willmore (Liverpool),	M. Peixoto (Rio-de-Janeiro),
F. Gherardelli (Gènes).	

C. EHRESMANN, Structures feuilletées, Proceedings of the Fifth Canadian Mathematical Congress, 109-172., 1963

STRUCTURES FEUILLETEES

CHARLES EHRESMANN, *Institut Henri Poincaré*

Introduction

Cet article a pour but la définition précise et l'étude des structures feuilletées dans le cadre de la théorie des structures locales telle qu'elle est exposée dans (3; 5; 6). Les résultats connus dans le cas des variétés feuilletées sont précisés et généralisés au cas d'un feuilletage topologique localement simple. Les notions d'holonomie, de déroulements et de tubes analysées ici permettent d'étudier les questions de stabilité. Seuls des problèmes généraux sont abordés, les applications étant réservées pour une publication ultérieure.

La plupart des idées contenues dans ce travail ont été exposées dans mes cours (en particulier, Paris 1955-56, 1958, 1961) et dans des conférences (par exemple Princeton 1953, Buenos-Aires 1959-60, Montréal 1961). Rappelons que la notion de variété feuilletée a été introduite dans une Note en collaboration avec Reeb (1), puis étudiée d'une façon approfondie par Reeb (13; 14) dans différentes publications. Les structures feuilletées d'espèce $\mathfrak{B} \# \mathfrak{F}$ élargie et de seconde espèce ont été définies dans (3). Les Γ -structures étudiées par Haefliger (16), qui sont étroitement liées aux feuilletages de seconde espèce, ne seront pas considérées ici. Les feuilletages localement simples ont été introduits dans une Note en collaboration avec Shih Weishu (2).

I. Définitions de diverses espèces de structures feuilletées

1. Feuilletages topologiques

Soit E un ensemble muni de deux topologies T et T' . On dira que (T, T') définit sur E un *feuilletage topologique* ou une structure d'*espace feuilleté topologique* si la condition suivante est vérifiée : Pour tout $x \in E$, il existe un voisinage ouvert U' de x relativement à T' sur lequel T et T' induisent la même topologie.

Si (T, T') est un feuilletage topologique sur E , alors T' est une topologie plus fine que T . Nous supposons désormais que T' est

Structures feuilletées - Grenoble, 25-30 juillet 1963 - Georges Reeb

Auteur(s) : Georges Reeb - Charles Ehresmann - René Thom - Paulette Libermann

Editeur : Centre National De La Recherche Scientifique Collection : Colloques Int. Du Cnrs, 1964

Transverse Structure of Foliations



LISTE DES CONFÉRENCES ET COMMUNICATIONS

N.A'CAMPO - Une mesure $SL(n, \mathbb{R})$ -invariante sur l'espace des couples de drapeaux sur $\mathbb{R}^n$.	
R.BARRE - Théorie des Q -variétés et structures de Hodge mixtes.	
R.BLUMENTHAL - Transverse curvature of foliated manifolds.	
Y.CARRIERE - Flots riemanniens.	
P.CARTIER - Variétés quotients : regards rétrospectifs sur leur développement.	
L.CONLON - Holonomy pseudogroup and GV (work in progress).	
A.CONNES - K -théorie, théorie de l'indice et feuilletages.	
D.B.A.EPSTEIN - Foliations of 3-manifolds with transverse hyperbolic structure.	
A.HAEFLIGER - Feuilletages avec feuilles minimales et courants invariants.	
G.HECTOR - titre non parvenu	
F.W.KAMBER - Duality theorems for harmonic foliations.	
C.LAMOUREUX - Etude géométrique directe des feuilletages transverses sur les fibrés en cercles et en droites.	
D.LEHMANN - Feuilletages avec "suffisamment" de formes basiques.	
J.LEHMANN-LEJEUNE - Dérivations d'une algèbre de Lie sur le fibré transverse à un feuilletage.	
K.MILLETT - Can $\mathbb{R}^3$ be foliated by circles ?	
P.MOLINO - Espace des feuilles des feuilletages riemanniens.	
J.PRADINES - Equivalence transverse et groupoïdes différentiables.	
B.REINHART - Comprendre la structure transverse, c'est comprendre les groupes de polynômes tronqués.	
C.ROGER - Cohomologie (p, q) des feuilletages et applications.	
R.SACKSTEDER - Foliations and separation of variables.	
G.W.SCHWARZ - Base-like cohomology of foliations.	
T.TSUBOI - Cobordismes de feuilletages.	
W.T.VAN EST - Rapport sur les schémas de variété,	

Préface	3
Liste des conférences et communications	6
Liste des participants	7
Résumés des exposés	11
R. BARRE. - Quelques problèmes en liaison avec la théorie des Q -variétés.	15
R.A. BLUMENTHAL. - Transverse curvature of foliated manifolds.	25
Y. CARRIERE. - Flots Riemanniens.	31
D.B.A. EPSTEIN. - Transversely hyperbolic 1-dimensional foliations.	53
A. HAEFLIGER. - Groupoïdes d'holonomie et classifiants. ..	70
A. HAEFLIGER et QUACH NGOC DU. - Appendice : une présentation du groupe fondamental d'une orbifold... ..	98
F.W. KAMBER et P. TONDEUR. - Duality theorems for foliations.	108
C. LAMOUREUX. - Propriétés géométriques des feuilletages de codimension un liées à la structure transverse.	117
D. LEHMANN. - Structures de Maurer - Cartan et Γ_θ -structures. II Espaces classifiants.	134
J. LEHMANN-LEJEUNE. - Cohomologies sur le fibré transverse à un feuilletage.	149
P. MOLINO. - Espace des feuilles des feuilletages riemanniens	180
B.L. REINHART. - Some remarks on the structure of the Lie algebra of formal vector fields.	190
C. ROGER. - Cohomologie (p, q) des feuilletages et applications.	195
R. SACKSTEDER. - Foliations and separation of variables. ..	214
T. TSUBOI. - Γ_1 - structures avec une seule feuille.	222
W.T. VAN EST. - Rapport sur les S-atlas.	235

Transverse Structure of Foliations

PRÉFACE

Issue de la rencontre de W.T. Van Est et de P. Molino, la première "Journée Transverse", consacrée à la structure de l'espace des feuilles d'un feuilletage, fut organisée en 1979 à Paris VII par P. Libermann.

L'intérêt d'une rencontre élargie, suggérée par P. Molino, apparut rapidement, renforcé par la convergence des points de vue de W.T. Van Est et de A. Haefliger.

L'impulsion décisive devait venir de P. Cartier, à qui sa culture universelle fit apercevoir la confluence des méthodes des géomètres différentiels avec celles introduites par A. Connes, en liaison avec les travaux de Ruelle-Sullivan, et reconnaître la convergence de courants mathématiques lointains issus de domaines variés (Géométrie Algébrique, topos de Grothendieck, sous-groupes virtuels de Mackey, etc...).

Son appui assura le succès de ces Journées, dépassant les prévisions, attesté par la quantité et la qualité des conférenciers et des participants. Un horaire très chargé, rançon de ce succès, ne fit pas faiblir le nombre et l'attention des auditeurs.

L'Université Paul Sabatier de Toulouse a accueilli le Colloque sur son campus et assuré la base du financement, notamment grâce à des crédits sur programme accordés à l'Equipe de Topologie Algébrique et Différentielle.

La Société Mathématique de France, avec le concours du C.N.R.S., a accordé son soutien moral et financier, complété par une subvention de la D.C.R.I.

On trouvera ci-après les textes rédigés des 2/3 des conférences prononcées à ce Colloque, la plupart avec des développements et améliorations considérables, fruits des discussions tenues au cours de ces Journées.

STRUCTURE TRANSVERSE DES FEUILLETAGES

Il était prévu d'ouvrir et de fermer ce recueil par le texte de l'Introduction et de la Conclusion prononcées par P. Cartier, qui devait être rédigé en collaboration avec A. Connes. Il a fallu malheureusement y renoncer, sous peine de retarder exagérément la publication.

Cette lacune est partiellement comblée par les exposés de W.T. Van Est et de A. Haefliger, qui fondent la théorie, tout en l'illustrant d'applications concrètes. La structure de l'espace des feuilles y apparaît comme une classe d'équivalence, en un sens naturel, de pseudogroupes, ou plus généralement de groupoïdes (dits d'holonomie), munis d'une structure (topologique, différentielle, etc...) invariante.

Il résulte d'une construction de G. Hector que ce point de vue équivaut exactement à celui de P. Molino, très brièvement rappelé dans son article, qui consiste à considérer une certaine classe d'équivalence de feuilletages, qu'il appelle F-variété. Notons que les QF-variétés sont définies par une relation d'équivalence plus large, mais conduisent aux mêmes invariants continus que les F-variétés, du fait que le groupoïde d'holonomie est dense dans le groupoïde d'holonomie transverse utilisé par C. Godbillon.

Les autres conférences illustrent la variété et la richesse des méthodes d'étude de cette structure transverse et des applications géométriques que l'on en tire, tant pour les propriétés globales du feuilletage que pour celles des feuilles. On y trouvera une moisson de résultats inédits.

Cet échantillonnage ne saurait cependant prétendre être exhaustif, ni statistiquement représentatif des applications des propriétés transverses. C'est par un concours de circonstances, et non par suite d'un choix prémédité, que les thèmes le plus souvent abordés sont les feuilletages riemanniens et la cohomologie basique, alors que les propriétés de croissance des feuilles et d'ergodicité le sont beaucoup plus rarement.

Il semble intéressant de souligner le fait que certaines notions de variétés singulières, apparues dans des contextes éloignés

PRÉFACE

des feuilletages, se sont trouvées être des cas particuliers importants d'espaces de feuilles : les Q-variétés de Barre, et les V-variétés de Satake, redécouvertes comme orbifolds de Thurston, que l'on voit fréquemment apparaître dans ce qui suit.

Je ne saurais terminer sans rendre hommage à la mémoire du grand géomètre Ch. Ehresmann, disparu peu d'années avant la tenue de ce Colloque, fondateur avec G. Reeb, de la théorie des feuilletages. Beaucoup des notions fondamentales, qui sont à la base des travaux que l'on va lire, lui sont dues, notamment notamment les diverses variantes du groupoïde d'holonomie et la notion de groupoïde différentiable (et structuré), qui revient en surface après un long cheminement souterrain. Ce colloque, auquel participaient nombre de ses disciples, illustre l'actualité de sa pensée.

J. Pradines

Transverse Structure of Foliations

LISTE DES PARTICIPANTS

(Journées SMF, Toulouse 17-18-19 février 1982)

A'CAMPO Norbert (Paris XI)
ANGLES Pierre (Toulouse)
BARBANCE Christiane (Toulouse)
BARRE Raymond (Valenciennes)
BERTIN José (Toulouse)
BIGONNET Bruno (Toulouse)
BLANC Philippe (Ecole Polytechnique, Paris)
BLUMENTHAL Robert (St-Louis University, Missouri)
BOUMA W. (Amsterdam)
BOYOM N'Guiffo (Montpellier)
BRYLINSKI Jean-Luc (Ecole Polytechnique, Paris)
CARRAL Michel (Toulouse)
CARRIERE Yves (Lille)
CARTIER Pierre (IHES, Paris)
CASCON Ana (Dijon)
CHARITOS Charalampe (Paris XI)
CONLON Lawrence (Washington University, St Louis, Missouri)
CONNES Alain (IHES, Paris)
CORNU Philippe (Montpellier)
COSTE Alain (Lyon)
CRUMEYROLLE Albert (Toulouse)
CUMENGE Christian (Toulouse)
DADJO Jean (Toulouse)
DUMINY Gérard (Lille)
EL KACIMI Alaoui Aziz (Lille)
EPSTEIN David (University of Warwick, Coventry)
GODBILLON Claude (Strasbourg)
GOUYON Luce (Toulouse)
GRIFONE Joseph (Toulouse)
GUILLOPE Laurent (Grenoble)
HAEFLIGER André (Genève)
HECTOR Gilbert (Lille)
HENČ Damir (IHES, Paris)

HILSUM Michel (Paris 6)
KAMBER Franz (University of Illinois, Urbana)
KLINGENBERG Wilhelm (Bonn)
LAMOUREUX Claude (Paris)
LAMRINI Fayçal (Toulouse)
LANGEVIN Rémi (Dijon)
LAUDENBACH François (Paris XI)
LEGRAND André (Toulouse)
LEGRAND Claude (Toulouse)
LEHMANN Daniel (Lille)
LEHMANN-LEJEUNE Josiane (Lille)
LETAC Gérard (Toulouse)
LIBERMANN Paulette (Paris 7)
LODAY Jean-Louis (Strasbourg)
MACIAS Enrique (Lugo, Espagne)
MARTINET Jean (Strasbourg)
MASA Xosé (Santiago de Compostela)
MATTEI Jean-François (Toulouse)
MILLETT Kenneth (University of California, Santa Barbara)
MOLINO Pierre (Montpellier)
MONNA Gilbert (Montpellier)
MOREL Francis (Valenciennes)
MORVAN Jean-Marie (Avignon)
MULLER Marie-Paule (Strasbourg)
NORE Thérèse (Limoges)
PAPADOPOULOS Athanase (Paris XI)
PICOUX Alain (Lille)
PINTO DE CARVALHO Sonia (Dijon)
PLAISANT Michèle (Valenciennes)
PRADINES Jean (Toulouse)
RABINOWICZ Michel (CNES, Toulouse)
REEB Georges (Strasbourg)
REINHART Bruce (Univ. of Maryland, College Park)
RENAULT Jean
ROCHE Claude (Grenoble)
ROGER Claude (Metz)
ROSENBERG Harold (Paris 7)
SACKSTEDER Richard (New-York)

SALHI Ezzedine (Strasbourg)
SCHWARZ Gérald (Brandeis University)
SERGERAERT Francis (Grenoble)
SERGIESCU Vladimir (Lille)
SKANDALIS Georges (Paris 6)
TAPIA Joseph (Toulouse)
TAQUET Bernadette (Mulhouse)
TSUBOI Takashi (Tokyo)
TURIEL Francisco (Santander, Espagne)
VALETTE Alain (IHES, Paris)
VAN EST W.T. (Amsterdam)
VER EECKE Paul (Amiens)
VIVIENTE José-Luis (Saragosse, Espagne)
WOUAFO KAMGA Jean (Yaoundé, Cameroun)

RATIONAL

- The core of the day is **Symplectic Model of Statistical Mechanics** introduced by Jean-Marie Souriau, called “**Lie Groups Thermodynamics**” and their inter-relations with **Koszul Information Geometry and Machine Learning (Machine Learning on Lie Groups and Thermodynamics-Informed Machine Learning)**.
- **Raffael Pisano** will start by an historical talk celebrating **200 years birthday of Thermodynamics and Sadi Carnot’s book**.
- **Frédéric Barbaresco** will introduce **symplectic foliation & transverse Riemannian foliation structures of Souriau’s “Lie Groups Thermodynamics”** and their links with **Information Geometry, Metriplectic Flow, and Statistics on Lie Groups**.
- **Elías Cueto** will explain how **Metriplectic Flow (GENERIC)** is used for **TINN (Thermodynamics-Informed Machine Learning)**.
- **Francois Laudенbach** will developed and enrich **Haefliger structures with transverse geometric structures such as symplectic/contact structures**.
- **Noémie Combe** will developed **(pre)Frobenius statistical symplectic manifolds** in relation with **Souriau Lie Groups Thermodynamics, and Koszul-Frobenius domains in Information Geometry**.
- **Francesco Fasso** will introduce the **geometric structure of (super)integrable Hamiltonian systems**, called **isotropic-coisotropic dual pair, bifoliation, or symplectically complete foliation**.
- **Eren Mehmet Kiral** will conclude with **Lie groups in machine learning** where the group acts on the parameters of a model, instead of acting on the data, and by introducing **Lie-group Bayesian Learning Rule**.

DAY 2: Symplectic Model of Lie Groups Thermodynamics & Physics-Informed Neural Networks (200th Birthday of Sadi Carnot Book)

> 9:00 - 9:10: Day 2 Workshop Opening

- **Frédéric Barbaresco**, KTD PCC Sensing Segment Leader, Thales, France

> 9:10 - 10:00: Celebrating Sadi Carnot's réflexions sur la puissance motrice du feu (1824-2024) and reading Paul de Saint Robert's Principes de thermodynamique (1865; 1868; 1870)

- **Raffael Pisano**, HOPAST at IEMN, University of Lille, France

> 10:30 - 11:30: Metriplectic flow of Thermodynamics-Informed Neural Networks and Machine Learning on Lie Group: Symplectic Foliation Model from Carathéodory's seminal idea to Souriau's Lie Group Thermodynamics

- **Frédéric Barbaresco**, KTD PCC Sensing Segment Leader, Thales, France

> 11:30 - 12:30: On the use of thermodynamics biases for learning physical phenomena

- **Elías Cueto**, Aragon Institute of Engineering Research, Universidad de Zaragoza, Spain

> 12:30 - 14:00: Lunch Break

DAY 2: Symplectic Model of Lie Groups Thermodynamics & Physics-Informed Neural Networks (200th Birthday of Sadi Carnot Book)

> 14:00 - 15:00: Haefliger structures and Symplectic/contact structures

- **Francois Laudenbach**, University of Nantes, France

> 15:00 - 16:00: Koszul-Frobenius domains & Souriau's thermodynamics

- **Noémie Combe**, University of Warsaw, Poland

> 16:00 - 17:00: Geometry of integrable Hamiltonian systems

- **Francesco Fassò**, Università di Padova, Italy

> 17:00 - 18:00: Lie Group in Learning Distributions

- **Eren Mehmet Kiral**, Keio University, Japan



Celebrating Sadi Carnot's réflexions sur la puissance motrice du feu (1824-2024) and reading Paul de Saint Robert's Principes de thermodynamique (1865; 1868; 1870)

Raffaele Pisano

- > HOPAST at IEMN, University of Lille, France
- > Elected Member of CNRS CNU sect.72 (Epistemology, History of Sciences & Techniques)
- > History of Physics-Mathematics
- > Author of SPRINGER Book “Lazare and Sadi Carnot – A Scientific & Filial Relationship”
- > General chair of “CARNOT LILLE 2024”